

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

## Β' γυμνασίου



# Καλή Επιτυχία



Δεν υπάρχει ενοϊκός  
άνεμος γι αυτόν που δεν  
ξέρει που πηγαίνει.

ή

Αν δεν ξέρετε που πηγαίνετε το  
πιθανότερο είναι να βρεθείτε  
ακριβώς... εκεί.

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

### Περιέχει ανα κεφάλαιο:

- Μια πλήρη ανασκόπηση της θεωρίας και των τύπων  
(με βάση το σχολικό βιβλίο)
- Ερωτήσεις Θεωρίας για τον τελικό έλεγχο.
- Τι πρέπει να προσέξετε από  
Θεωρία- Ασκήσεις-Παραδείγματα-Εφαρμογές του σχολικού βιβλίου.

### Επίσης δίνονται (εφόλης της ύλης)

- **S.O.S ΘΕΜΑΤΑ**
  - **Θέματα Θεωρίας** για τις προαγωγικές εξετάσεις του Μαΐου
  - **Τύποι Ασκήσεων** για τις προαγωγικές εξετάσεις του Μαΐου.
- Μια συλλογή ασκήσεων για λύση (με τις απαντήσεις τους)  
η οποία καλύπτει τις απαιτήσεις των εξετάσεων  
για την τελική επανάληψη.

### Ακολουθούν:

- **25 Θέματα προαγωγικών εξετάσεων Μαΐου**   
**που τέθηκαν σε διάφορα γυμνάσια**  
**(δημόσια - ιδιωτικά)**

**Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α**

- Συνοπτική Θεωρία.....σελ. **117**
- Ερωτήσεις Θεωρίας.....σελ. **137**
- Τι πρέπει να προσέξετε από Θεωρία σχολ. βιβ.....σελ. **144**
- **S.O.S** Θέματα Θεωρίας εφόλης της ύλης (προαγωγικές Μαΐου)...σελ. **145**
- Τι πρέπει να προσέξετε από Ασκήσεις-Παραδ-εφαρ. σχ. βιβ...σελ. **146**
- **S.O.S** Τύποι Ασκήσεων (προαγωγικές Μαΐου).....σελ. **146**
- Ασκήσεις για λύση (με απαντήσεις).....σελ. **147**
- **Θέματα προαγωγικών εξετάσεων Μαΐου από διάφορα γυμνάσια δημόσια και ιδιωτικά.....σελ. 167**

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο**

**ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ**

**1.1 Η έννοια της μεταβλητής- Αλγεβρικές παραστάσεις**

- Μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς, λέγεται **αριθμητική παράσταση**.
- Μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές ονομάζεται **αλγεβρική παράσταση**.

**1.2. Εξισώσεις α' βαθμού**

- Αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας **προσθέσουμε** τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή

$$\text{αν } \alpha = \beta \text{ τότε } \alpha + \gamma = \beta + \gamma$$

- Αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας **αφαιρέσουμε** τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή

$$\text{αν } \alpha = \beta \text{ τότε } \alpha - \gamma = \beta - \gamma$$

- Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας **πολλαπλασιαστούν** με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή

$$\text{αν } \alpha = \beta \text{ τότε } \alpha \gamma = \beta \gamma$$

- Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας **διαιρεθούν** με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή

$$\text{αν } \alpha = \beta \text{ τότε } \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\gamma} \text{ με } \gamma \neq 0$$

- **Εξίσωση** λέγεται κάθε ισότητα που περιέχει τον άγνωστο αριθμό x.

➤ Σε μία εξίσωση μπορούμε να «μεταφέρουμε» όρους από το ένα μέλος στο άλλο, **αλλάζοντας το πρόσημό τους**.

**Για να λύσουμε μία εξίσωση, ακολουθούμε την εξής διαδικασία:**

- Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών.
- Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους
- Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.
- Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου.

#### **1.4. Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων**

Για να λύσουμε ένα πρόβλημα με τη βοήθεια εξίσωσης, ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

➤ **Διαβάζουμε** καλά το πρόβλημα και **διακρίνουμε** τα **δεδομένα** και τα **ζητούμενα**.

➤ **Χρησιμοποιούμε** ένα γράμμα (**συνήθως το x**) για να εκφράσουμε τον **άγνωστο αριθμό** που πρέπει να προσδιορίσουμε.

➤ Εκφράζουμε **όλα τα άλλα μεγέθη** του προβλήματος **με τη βοήθεια του x**.

➤ **Γράφουμε την εξίσωση** του προβλήματος **χρησιμοποιώντας τα δεδομένα** της εκφώνησης.

➤ **Λύνουμε** την εξίσωση.

➤ **Ελέγχουμε** αν η λύση που βρήκαμε ικανοποιεί τις συνθήκες του προβλήματος.

#### **1.5 Ανισώσεις α' βαθμού**

➤ Αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας **προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε** τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ανισότητα με την ίδια φορά. Δηλαδή

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ τότε } \alpha + \gamma < \beta + \gamma \text{ και } \alpha - \gamma < \beta - \gamma$$

$$\text{Αν } \alpha > \beta \text{ τότε } \alpha + \gamma > \beta + \gamma \text{ και } \alpha - \gamma > \beta - \gamma$$

➤ Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας **πολλαπλασιαστούν ή διαιρεθούν** με τον ίδιο **θετικό** αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ανισότητα με την **ίδια φορά**. Δηλαδή

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ και } \gamma > 0 \text{ τότε } \alpha\gamma < \beta\gamma \text{ και } \frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$$

$$\text{Αν } \alpha > \beta \text{ και } \gamma > 0 \text{ τότε } \alpha\gamma > \beta\gamma \text{ και } \frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$$

➤ Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας **πολλαπλασιαστούν ή διαιρεθούν** με τον ίδιο **αρνητικό** αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ανισότητα με την **αντίστροφη φορά**. Δηλαδή

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ και } \gamma < 0 \text{ τότε } \alpha\gamma > \beta\gamma \text{ και } \frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$$

$$\text{Αν } \alpha > \beta \text{ και } \gamma < 0 \text{ τότε } \alpha\gamma < \beta\gamma \text{ και } \frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$$

➤ Μια ανισότητα που περιέχει έναν άγνωστο  $x$ , λέγεται **ανίσωση** με έναν άγνωστο.

➤ Για να λύσουμε μια ανίσωση, ακολουθούμε τη ίδια διαδικασία με αυτήν της επίλυσης εξισώσεων, αλλά πρέπει να προσέξουμε ιδιαίτερα **να αλλάζουμε τη φορά** της ανίσωσης, όταν διαιρούμε ή πολλαπλασιάζουμε με **αρνητικό αριθμό**.

## 2.1. Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού

➤ **Τετραγωνική ρίζα** ενός θετικού αριθμού  $a$ , λέγεται ο θετικός αριθμός, ο οποίος, όταν υψωθεί στο τετράγωνο, δίνει τον αριθμό  $a$ .

Η τετραγωνική ρίζα του  $a$  συμβολίζεται με  $\sqrt{a}$ .

Επειδή,  $0^2=0$ , ορίζουμε ως  $\sqrt{0}=0$ .

Από τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας προκύπτει ότι:

- Αν  $\sqrt{a}=x$ , όπου  $a \geq 0$ , τότε  $x \geq 0$  και  $x^2=a$ .
- Αν  $a \geq 0$ , τότε  $(\sqrt{a})^2=a$ .

**Σχόλιο:**

Δεν ορίζουμε ρίζα αρνητικού αριθμού, γιατί δεν υπάρχει αριθμός που το τετράγωνό του να είναι αρνητικός

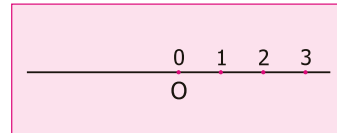
**2.2. Άρρητοι αριθμοί – Πραγματικοί αριθμοί**

➤ **Άρρητοι αριθμοί** ονομάζονται οι αριθμοί, οι οποίοι δεν είναι ρητοί, δηλαδή δεν μπορούν να γραφούν στη μορφή  $\frac{\mu}{\nu}$  με  $\mu, \nu$  ακέραιους και  $\nu \neq 0$ .

**Πραγματικοί αριθμοί**

Ας μελετήσουμε όλα τα σύνολα αριθμών που έχουμε συναντήσει.

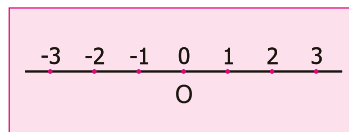
➤ Οι φυσικοί αριθμοί: 0, 1, 2, 3, ...  
παριστάνονται στη διπλανή ευθεία με σημεία.



Στην αρχή 0 έχουμε τοποθετήσει το μηδέν (0).

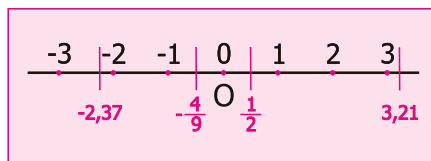
➤ Οι ακέραιοι αριθμοί: ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 ... παριστάνονται πάλι με σημεία.

Τοποθετούμε στα δεξιά της αρχής 0 τους θετικούς ακέραιους αριθμούς και στα αριστερά τους αρνητικούς.

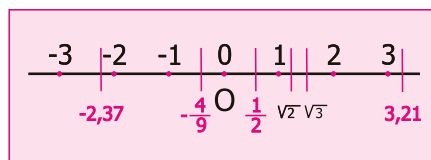


➤ Το σύνολο των ρητών αριθμών, δηλαδή των αριθμών που μπορούν να γραφούν στη μορφή  $\frac{\mu}{\nu}$ , όπου  $\mu$  ακέραιος και  $\nu$  φυσικός αριθμός.

Οι ρητοί αριθμοί έχουν γνωστή δεκαδική μορφή και γεμίζουν την ευθεία, αλλά όχι πλήρως.



► Οι πραγματικοί αριθμοί αποτελούνται όχι μόνο από τους ρητούς αλλά και όλους τους άρρητους. Οι πραγματικοί αριθμοί καλύπτουν πλήρως την ευθεία, δηλαδή κάθε σημείο της ευθείας αντιστοιχεί σε



έναν πραγματικό αριθμό και αντίστροφα κάθε πραγματικός αριθμός αντιστοιχεί σε μοναδικό σημείο της ευθείας. Για το λόγο αυτό, την ευθεία αυτή την ονομάζουμε **ευθεία ή άξονα πραγματικών αριθμών**.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο

## ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

### 3.1. Η έννοια της συνάρτησης

► **Συνάρτηση** λέγεται μια σχέση μεταξύ των τιμών δύο μεταβλητών μεγεθών  $x, y$  στην οποία κάθε τιμή της μεταβλητής  $x$  αντιστοιχίζεται σε μια μόνο τιμή της μεταβλητής  $y$ .

► Αν ο σταθερός λόγος  $\frac{y}{x}$  δύο ανάλογων ποσών  $x$  και  $y$  είναι ίσος με  $a$ , τότε το  $y$  εκφράζεται ως συνάρτηση του  $x$  από την ισότητα  $y=ax$ .

### 3.2. Καρτεσιανές συντεταγμένες – Γραφική παράσταση συνάρτησης

► Κάθε σημείο του επιπέδου αντιστοιχεί σε ένα μόνο ζεύγος συντεταγμένων και, αντιστρόφως, κάθε ζεύγος αριθμών αντιστοιχεί σε ένα μόνο σημείο του επιπέδου.

➤ Στα διπλανό σχήμα έχουμε κάθετους άξονες των οποίων οι μονάδες μέτρησης έχουν το ίδιο μήκος. Ένα τέτοιο σύστημα λέγεται **ορθοκανονικό σύστημα αξόνων**.



➤ Το σύστημα των αξόνων χωρίζει το επίπεδο σε τέσσερα μέρη που λέγονται **τεταρτημόρια**. Στο διπλανό σχήμα σημειώνονται τα πρόσημα της τετμημένης και της τεταγμένης σε κάθε τεταρτημόριο.

### Γραφική παράσταση συνάρτησης

➤ Έστω ότι έχουμε μία συνάρτηση με την οποία ένα μέγεθος  $y$  εκφράζεται ως συνάρτηση ενός άλλου μεγέθους  $x$ .

Ονομάζουμε **γραφική παράσταση** της συνάρτησης αυτής το σύνολο όλων των σημείων με συντεταγμένες  $(x, y)$ .

➤ Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης δίνει μια «εποπτική» εικόνα της συνάρτησης αυτής και μας βοηθάει να αντλήσουμε χρήσιμες πληροφορίες για τη σχέση των μεταβλητών  $x$  και  $y$ .

### Απόσταση δύο σημείων

➤ Αν δίνονται δύο σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  η απόστασή τους υπολογίζεται από τον τύπο:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

### 3.3. Η συνάρτηση $y = ax$

➤ Όπως γνωρίζουμε, δύο ποσά λέγονται **ανάλογα**, όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός ποσού με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

➤ Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = ax$  είναι μία ευθεία που διέρχεται από την αρχή  $O$  των αξόνων.

➤ Όταν αναφερόμαστε στην ευθεία, που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = ax$ , τότε λέμε: η ευθεία με εξίσωση  $y = ax$  ή απλώς η ευθεία  $y = ax$ .

**Ισχύουν:**

Ο άξονας  $x'x$  είναι η ευθεία με εξίσωση  $y = 0$ .

Η εξίσωση  $y=k$  παριστάνει ευθεία **παράλληλη** προς τον άξονα  $x'x$ .

Ο άξονας  $y'y$  είναι η ευθεία με εξίσωση  $x = 0$ .

Η εξίσωση  $x=k$  παριστάνει ευθεία **παράλληλη** προς τον άξονα  $y'y$ .

### Η κλίση της ευθείας $y = ax$

Παρατηρούμε ότι στην ευθεία  $y = ax$  ο λόγος  $\frac{y}{x}$  είναι πάντα σταθερός και

ίσος με  $a$ , δηλαδή:  $\frac{y}{x} = a$ , για  $x \neq 0$ .

Ο λόγος αυτός λέγεται **κλίση της ευθείας  $y = ax$** .

Για παράδειγμα, η ευθεία  $y = -2x$  έχει κλίση  $-2$ .

### 3.4. Η συνάρτηση $y = ax + \beta$

➤ Η γραφική παράσταση της  $y = ax + \beta$ ,  $\beta \neq 0$  είναι μια ευθεία παράλληλη της ευθείας με εξίσωση  $y = ax$ , που διέρχεται από το σημείο  $(0, \beta)$  του άξονα  $y'y$ .

➤ Στο εξής, όταν αναφερόμαστε στην ευθεία που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = ax + \beta$ , θα λέμε:

η ευθεία με εξίσωση  $y = ax + \beta$  ή απλώς η ευθεία  $y = ax + \beta$ .

Ο αριθμός  $a$ , που, όπως γνωρίζουμε, λέγεται κλίση της ευθείας  $y = ax$ , λέγεται και **κλίση της ευθείας  $y = ax + \beta$** .

### Η εξίσωση της μορφής $ax + by = \gamma$

Μια εξίσωση της μορφής  $ax + by = \gamma$ , με  $a \neq 0$  ή  $b \neq 0$  παριστάνει **ευθεία**.

#### Σημεία τομής της ευθείας $ax + by = \gamma$ με τους άξονες

➤ Γνωρίζουμε ότι ο άξονας  $x'x$  έχει εξίσωση  $y = 0$ .

Επομένως, για να βρούμε το σημείο A στο οποίο η ευθεία  $ax + by = \gamma$ , με  $a \neq 0$  ή  $b \neq 0$  τέμνει τον άξονα  $x'x$ , θέτουμε  $y = 0$  και υπολογίζουμε την τεταγμένη του  $x$ .

➤ Γνωρίζουμε ότι ο άξονας  $y'y$  έχει εξίσωση  $x = 0$ . Επομένως, για να βρούμε το σημείο B στο οποίο η ευθεία  $ax + by = \gamma$ , με  $a \neq 0$  ή  $b \neq 0$  τέμνει τον άξονα  $y'y$ , θέτουμε  $x = 0$  και υπολογίζουμε την τεταγμένη του  $y$ .

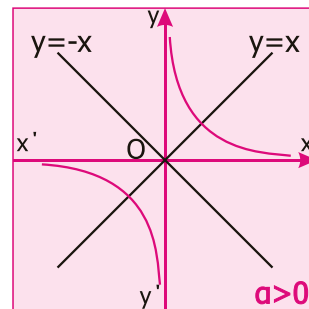
Η εξίσωση  $x=k$  παριστάνει ευθεία παράλληλη προς τον άξονα  $x'x$ .

### 3.5. Η συνάρτηση $y = \frac{a}{x}$ – Η υπερβολή

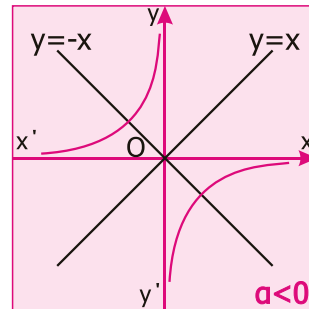
➤ Όταν δύο ποσά  $x$  και  $y$  είναι **αντιστρόφως ανάλογα**, τότε το **γινόμενο** των αντιστοίχων τιμών τους είναι **σταθερό**. Αν  $a \neq 0$  είναι το σταθερό γινόμενο των  $x$  και  $y$ , τότε το  $y$  εκφράζεται ως συνάρτηση του  $x$  από τον τύπο  $y = \frac{a}{x}$ .

➤ Η **γραφική παράσταση** της συνάρτησης  $y = \frac{a}{x}$ , όπου  $a \neq 0$  λέγεται **υπερβολή** και αποτελείται από δύο κλάδους που βρίσκονται:

- Στο **1ο** και στο **3ο** τεταρτημόριο των αξόνων, όταν  $a > 0$ .



- Στο **2ο** και **4ο** τεταρτημόριο των αξόνων, όταν  $a < 0$ .



Και στις δύο περιπτώσεις η γραφική παράσταση μιας υπερβολής έχει:

- Κέντρο συμμετρίας την αρχή O των αξόνων.
- Άξονες συμμετρίας τις διχοτόμους των γωνιών των αξόνων, δηλαδή τις ευθείες με εξισώσεις  $y = x$  και  $y = -x$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο

## ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

### 4.1. Βασικές έννοιες της Στατιστικής: Πληθυσμός – Δείγμα

- Ένα σύνολο του οποίου τα στοιχεία μελετάμε ως προς κάποιο χαρακτηριστικό τους, λέγεται **πληθυσμός**.
- Το χαρακτηριστικό (π.χ. η ομάδα προτίμησης στο ποδόσφαιρο) ως προς το οποίο μελετάμε τα στοιχεία ενός πληθυσμού, ονομάζεται **μεταβλητή**.
- Επειδή η έρευνα ολόκληρου του πληθυσμού δεν είναι πάντοτε εφικτή, καταφεύγουμε στη δειγματοληψία. Επιλέγουμε, δηλαδή, ένα **αντικειμενικό** δείγμα από το οποίο μπορούμε να βγάλουμε αξιόπιστα συμπεράσματα για όλο τον πληθυσμό.

#### Πίνακες - Διαγράμματα

- Η παρουσίαση των στατιστικών δεδομένων γίνεται με πίνακες και διαγράμματα.

➤ Υπάρχουν διαφόρων ειδών διαγράμματα, όπως το εικονόγραμμα, το ραβδόγραμμα, το κυκλικό διάγραμμα και το χρονόγραμμα.

### Συχνότητα

➤ **Συχνότητα** μιας τιμής λέγεται ο αριθμός που εκφράζει πόσες φορές εμφανίζεται στο δείγμα η τιμή αυτή.

Το άθροισμα όλων των **συχνοτήτων** ισούται με το **πλήθος** των παρατηρήσεων του δείγματος.

### Σχετική συχνότητα

➤ Η **σχετική συχνότητα** μιας τιμής είναι το πηλίκο της συχνότητας της τιμής αυτής με το πλήθος όλων των παρατηρήσεων, και εκφράζεται ως ποσοστό επί τοις εκατό.

Το άθροισμα των **σχετικών συχνοτήτων** ισούται με **100**.

➤ **Πίνακας κατανομής συχνοτήτων** λέγεται ο πίνακας στον οποίο φαίνονται οι τιμές, οι συχνότητες και οι σχετικές συχνότητες των παρατηρήσεων.

### Ομαδοποίηση

➤ Όταν κάνουμε ομαδοποίηση των παρατηρήσεων, χωρίζουμε τις παρατηρήσεις σε ομάδες ή **κλάσεις** και παρουσιάζουμε την κατανομή με ιστόγραμμα συχνοτήτων ή σχετικών συχνοτήτων.

### Μέση Τιμή

➤ Για να βρούμε τη **μέση τιμή** ενός συνόλου παρατηρήσεων, προσθέτουμε όλες τις παρατηρήσεις και διαιρούμε με το πλήθος των παρατηρήσεων αυτών.

$$\text{Μέση τιμή} = \frac{\text{αθροισμα των παρατηρησεων}}{\text{πληθος παρατηρησεων}}$$

### Διάμεσος

- Για να βρούμε τη **διάμεσο** μιας κατανομής, γράφουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά.
- Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι **περιττός αριθμός**, παίρνουμε ως διάμεσο τη **μεσαία** παρατήρηση.
- Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι **άρτιος** αριθμός, παίρνουμε ως διάμεσο το **μέσο όρο** των **μεσαίων** παρατηρήσεων.

### Μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής

Για να βρούμε τη μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής:

- Βρίσκουμε τα **κέντρα των κλάσεων**.
- **Πολλαπλασιάζουμε** το κέντρο κάθε κλάσης με τη συχνότητα της κλάσης αυτής.
- **Προσθέτουμε** όλα τα γινόμενα.
- **Διαιρούμε** το άθροισμα αυτό με το άθροισμα των συχνοτήτων.

## ΜΕΡΟΣ Β΄ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο ΕΜΒΑΔΑ-ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡ.

### 1.1 Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας

- Το εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας είναι ένας θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

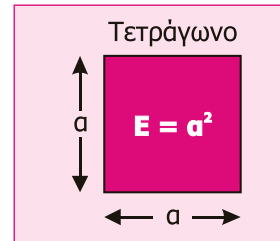
### 1.2 Μονάδες μέτρησης επιφανειών

$1 \text{ m}^2 =$	$100 \text{ dm}^2 =$	$10.000 \text{ cm}^2 =$	$1.000.000 \text{ mm}^2$
	$1 \text{ dm}^2 =$	$100 \text{ cm}^2 =$	$10.000 \text{ mm}^2$
		$1 \text{ cm}^2 =$	$100 \text{ mm}^2$

### 1.3. Εμβαδά επίπεδων σχημάτων

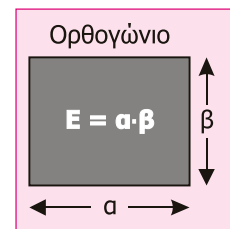
#### Εμβαδόν τετραγώνου

- Το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς  $a$  ισούται με  $a^2$ .



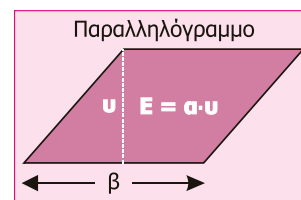
#### Εμβαδόν ορθογωνίου

- Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου με πλευρές  $a, \beta$  ισούται με  $a \cdot \beta$ .



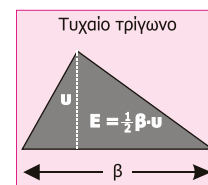
#### Εμβαδόν παραλληλογράμμου

- Το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου είναι ίσο με το γινόμενο μίας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.



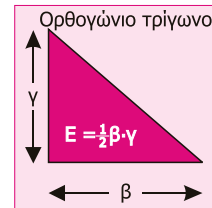
#### Εμβαδόν τυχαίου τριγώνου

- Το εμβαδόν ενός τριγώνου είναι ίσο με το μισό του γινομένου μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.



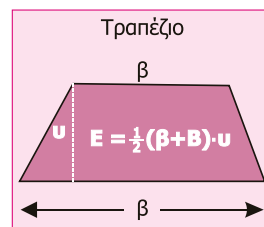
### Εμβαδόν ορθογωνίου τριγώνου

- Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών του.



### Εμβαδόν τραπεζίου

- Το εμβαδόν ενός τραπεζίου είναι ίσο με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του με το ύψος του.



## 1.4. Πυθαγόρειο Θεώρημα

- Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας. Δηλαδή

$$\beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2$$

όπου  $\beta, \gamma$  οι κάθετες πλευρές και  $\alpha$  η υποτείνουσα

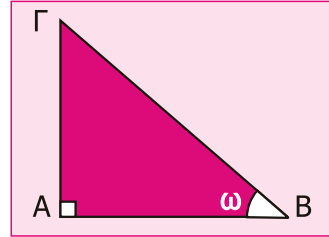
### Το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος

- Αν σε ένα τρίγωνο, το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.

ΜΕΡΟΣ Β' ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ-ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

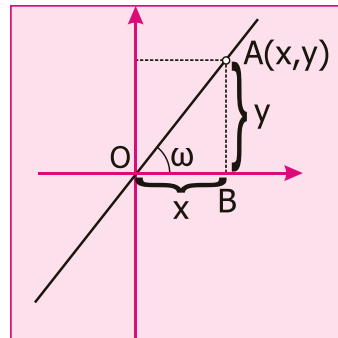
**2.1. Εφαπτομένη οξείας γωνίας**

➤ Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την απέναντι κάθετη πλευρά με την προσκείμενη κάθετη πλευρά μιας οξείας γωνίας  $\omega$  ενός ορθογωνίου τριγώνου, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται **εφαπτομένη της γωνίας  $\omega$** .



$$\text{εφ}\omega = \frac{\text{απεναντι κάθετη πλευρα της γωνιας } \omega}{\text{προσκειμενη κάθετη πλευρα της γωνιας } \omega}$$

➤ Η κλίση  $a$  της ευθείας με εξίσωση  $y = ax$  είναι ίση με την **εφαπτομένη της γωνίας  $\omega$** , που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα  $x'x$ .



$$\text{εφ}\omega = \frac{AB}{OB} = \frac{y}{x} = a$$

**2.2. Ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας**

➤ Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την απέναντι κάθετη πλευρά μιας οξείας γωνίας  $\omega$  ενός ορθογωνίου τριγώνου δια την υποτείνουσα, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται **ημίτονο της γωνίας  $\omega$** .

$$\eta\omega = \frac{\text{απεναντι καθετη πλευρα}}{\text{υποτεινουσα}}$$

➤ Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την προσκείμενη κάθετη πλευρά μίας οξείας γωνίας  $\omega$  ενός ορθογωνίου τριγώνου δια την υποτεινούσα, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται **συνημίτονο της γωνίας  $\omega$** .

$$\sigma\omega = \frac{\text{προσκειμενη καθετη πλευρα}}{\text{υποτεινουσα}}$$

### Παρατηρήσεις:

$$0 < \eta\omega < 1 \quad \text{και} \quad 0 < \sigma\omega < 1 \quad \epsilon\phi\omega = \frac{\eta\omega}{\sigma\omega}$$

## 2.3 Μεταβολές ημίτνου, συνημίτνου και εφαπτομένης

- Όταν μια οξεία γωνία αυξάνεται, τότε: αυξάνεται το ημίτονο της, ελαττώνεται το συνημίτονό της και αυξάνεται η εφαπτομένη της.
- Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσα ημίτονα, τότε οι γωνίες αυτές είναι ίσες.
- Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσα συνημίτονα, τότε οι γωνίες αυτές είναι ίσες.
- Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσες εφαπτομένες τότε οι γωνίες αυτές είναι ίσες.

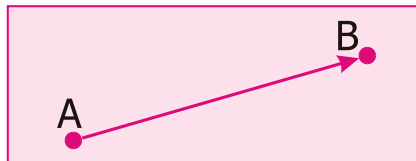
## 2.4. Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών $30^\circ$ , $45^\circ$ και $60^\circ$

	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
ημίτονο	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
συνημίτονο	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
εφαπτομένη	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

## 2.5. Η έννοια του διανύσματος

- **Βαθμωτά ή μονόμετρα** λέγονται τα μεγέθη που προσδιορίζονται πλήρως αν δοθεί μόνο το μέτρο τους. π.χ χρόνος, θερμοκρασία μάζα, .....
- Μεγέθη όπως η ταχύτητα, που έχουν **μέτρο** και **κατεύθυνση**, ονομάζονται **διανυσματικά**.

➤ Τα διανυσματικά μεγέθη παριστάνονται με **διανύσματα** που συμβολίζονται με **βέλη** έχοντας ένα σημείο **A** που είναι η **αρχή** και λέγεται σημείο εφαρμογής του διανύσματος και ένα σημείο **B** που είναι το **πέρασ** (τέλος) του διανύσματος.



Το διάνυσμα τότε συμβολίζεται με  $\vec{AB}$ .

Ένα διάνυσμα έχει τα εξής στοιχεία:

**α. Διεύθυνση**, την ευθεία  $\epsilon$  που ορίζουν τα άκρα A, B ή οποιαδήποτε άλλη ευθεία παράλληλη προς αυτή.

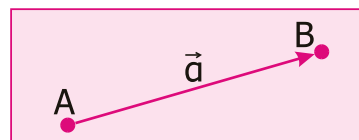


**β. Φορά**, που καθορίζεται από το αν το διάνυσμα έχει αρχή το A και πέρασ το B ( $\vec{AB}$ ) ή αρχή το B και πέρασ το A ( $\vec{BA}$ ).

**γ. Μέτρο**, το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB, το οποίο συμβολίζουμε με  $|\vec{AB}|$ . Το μέτρο είναι πάντοτε ένας αριθμός θετικός ή μηδέν.

➤ Η **διεύθυνση** μαζί με τη **φορά** καθορίζουν την **κατεύθυνση** ενός διανύσματος.

➤ Τα διανύσματα συμβολίζουμε συχνά για ευκολία με μικρά γράμματα της ελληνικής αλφαβήτου  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$ ,  $\vec{\gamma}$ , .....



### Ίσα και αντίθετα διανύσματα

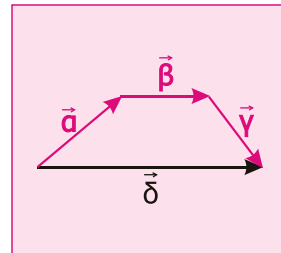
- Δύο διανύσματα λέγονται ίσα, όταν έχουν την ίδια διεύθυνση, την ίδια φορά και ίσα μέτρα.
- Δύο διανύσματα είναι αντίθετα, όταν έχουν την ίδια διεύθυνση, ίσα μέτρα και αντίθετη φορά.

## 2.6 Άθροισμα και διαφορά διανυσμάτων

Έχουμε δύο μεθόδους για να βρίσκουμε το άθροισμα διανυσμάτων.

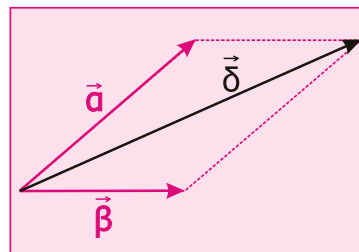
### A. Μέθοδος του πολυγώνου.

Μεταφέρουμε παράλληλα τα διανύσματα που θέλουμε να προσθέσουμε ώστε να γίνουν όλα διαδοχικά. Το άθροισμα τους είναι το διάνυσμα που έχει αρχή την αρχή του πρώτου και πέρας το πέρας του τελευταίου.



### B. Η μέθοδος του παραλληλογράμμου

Μεταφέρουμε τα διανύσματα  $\vec{a}$ ,  $\vec{\beta}$  έτσι ώστε να έχουν κοινή αρχή και σχηματίζουμε το παραλληλόγραμμο που έχει πλευρές τα διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$ .



Η διαγώνιος του παραλληλογράμμου που έχει ως αρχή την κοινή τους αρχή είναι το άθροισμα των διανυσμάτων  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$

### Διαφορά διανυσμάτων

$$\vec{AB} - \vec{\Gamma\Delta} = \vec{AB} + (-\vec{\Gamma\Delta}) = \vec{AB} + \vec{\Delta\Gamma}$$

**Διαφορά διανυσμάτων με κοινή αρχή**

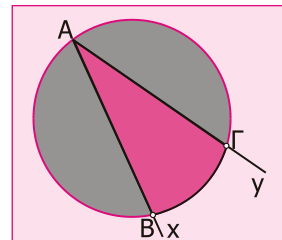
$$\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{BA}$$

Το μηδενικό διάνυσμα είναι ένα διάνυσμα του οποίου η αρχή και το τέλος (πέρας) ταυτίζονται. Το μέτρο του είναι ίσο με 0.

**ΜΕΡΟΣ Β' ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΥΚΛΟΥ**

**3.1. Εγγεγραμμένες γωνίες**

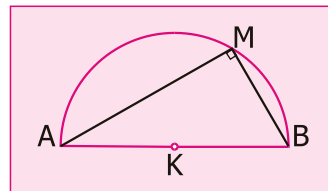
➤ Μία γωνία  $\hat{x}Ay$  που η κορυφή της  $A$  ανήκει στον κύκλο  $(O, \rho)$  και οι πλευρές της  $Ax, Ay$  τέμνουν τον κύκλο, λέγεται **εγγεγραμμένη γωνία** στον κύκλο  $(O, \rho)$ .



➤ Το τόξο  $B\Gamma$  του κύκλου  $(O, \rho)$  που περιέχεται στην εγγεγραμμένη γωνία λέγεται **αντίστοιχο τόξο** της.

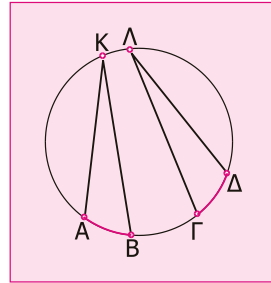
➤ Επίσης, λέμε ότι η εγγεγραμμένη γωνία  $\hat{BA\Gamma}$  **βαίνει στο τόξο**  $B\Gamma$ .

➤ Κάθε **εγγεγραμμένη** γωνία που βαίνει σε **ημικόκλιο** είναι **ορθή**.



➤ Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της επίκεντρης που έχει ίσο αντίστοιχο τόξο.

➤ Οι εγγεγραμμένες γωνίες ενός κύκλου που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι μεταξύ τους ίσες.



➤ Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της.

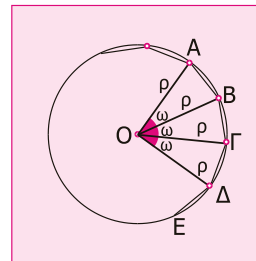
### 3.2. Κανονικά πολύγωνα

• Ένα πολύγωνο λέγεται **κανονικό**, αν όλες οι πλευρές του είναι μεταξύ τους ίσες και όλες οι γωνίες του είναι μεταξύ τους ίσες.

#### Γωνία και κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου

➤ Η κεντρική γωνία  $\omega$  ενός κανονικού  $n$ -γώνου είναι ίση με

$$\omega = \frac{360^\circ}{n}$$



➤ Η γωνία  $\phi$  ενός κανονικού  $n$ -γώνου είναι **παραπληρωματική** της κεντρικής γωνίας του  $n$ -γώνου.

### 3.3. Μήκος κύκλου

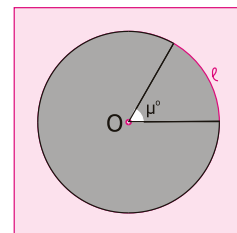
Το μήκος του κύκλου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$L = \pi \cdot \delta \quad \text{ή} \quad L = 2\pi\rho$$

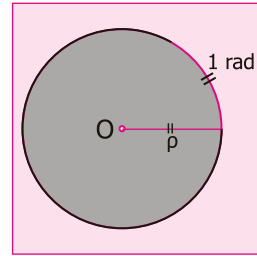
### 3.4. Μήκος τόξου

Το μήκος ενός τόξου  $\mu^\circ$  ισούται με:

$$l = 2\pi\rho \cdot \frac{\mu}{360^\circ}$$



Αρκετές φορές ως μονάδα μέτρησης των τόξων ενός κύκλου θεωρούμε το τόξο που έχει το ίδιο μήκος με την ακτίνα  $\rho$  του κύκλου. Αυτή η μονάδα μέτρησης λέγεται ακτίνιο ή rad.



Το μήκος ενός τόξου  $\alpha$  rad ισούται με:  $l = \alpha\rho$ .

**Σχέση μοιρών και ακτινίων**

$$\frac{\mu}{180} = \frac{\alpha}{\pi}$$

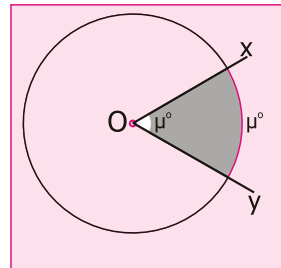
### 3.5. Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

Το εμβαδόν κυκλικού δίσκου ακτίνας  $\rho$ , ισούται με

$$E = \pi\rho^2$$

### 3.6. Εμβαδόν κυκλικού τομέα

Ας θεωρήσουμε ένα κύκλο  $(O, \rho)$  και μια επίκεντρη γωνία  $\hat{xOy}$  μέτρου  $\mu^\circ$ . Το μέρος του κυκλικού δίσκου που περιέχεται μέσα στη γωνία  $\hat{xOy}$  λέγεται **κυκλικός τομέας γωνίας  $\mu^\circ$**  του κύκλου  $(O, \rho)$ .



$$E = \pi\rho^2 \cdot \frac{\mu}{360}$$

Αν το τόξο έχει μετρηθεί σε ακτίνια και ισούται με  $\alpha$  rad τότε:

$$E = \frac{1}{2}\alpha\rho^2$$

**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΑΝΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟ**

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο**

**ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ**

1. Τι ονομάζεται μεταβλητή και πως συμβολίζεται;
2. Τι λέγεται αριθμητική παράσταση;
3. Τι λέγεται αλγεβρική παράσταση;
4. Τι λέγεται **αναγωγή ομοίων όρων**;
5. Ποιά σχέση μπορεί να υπάρξει ανάμεσα σε δύο αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$ ;
6. Ποιές ιδιότητες συνδέουν τις πράξεις και τις ισότητες;
7. Τί είναι **εξίσωση**;
8. Τί λέγεται **λύση** ή **ρίζα** μιας εξίσωσης;
9. Πότε μια εξίσωση λέγεται **αδύνατη** ή **αόριστη**;
10. Ποιά βήματα ακολουθούμε για τη λύση μιας εξίσωσης.
11. Τι λέγεται **ανίσωση** με έναν άγνωστο  $x$
12. Τι λέγεται **λύση** μια ανίσωσης με έναν άγνωστο  $x$

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο**

**ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ**

13. Τι ονομάζεται **τετραγωνική ρίζα** θετικού αριθμού;
14. Ποιοι αριθμοί λέγονται **ρητοί** και ποιοι **άρρητοι**;
15. Ποιοι αριθμοί λέγονται **πραγματικοί**;
16. Τι είναι η **ευθεία** των **πραγματικών αριθμών**;

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο**

**ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ**

17. Τι λέγεται **συνάρτηση**;
18. Πώς προσδιορίζονται οι **συντεταγμένες** ενός σημείου  $M$  του επιπέδου;
19. Τι είναι το **ορθοκανονικό σύστημα αξόνων**;
20. Τι είναι τα τεταρτημόρια;
21. Πώς υπολογίζεται η **απόσταση δύο σημείων**  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$ ;
22. Ποιες είναι οι συντεταγμένες του **συμμετρικού** ενός σημείου  $M(\alpha, \beta)$ 
  - α. ως προς τον άξονα  $x'x$  ;
  - β. ως προς τον άξονα  $y'y$  ;
  - γ. ως προς την **αρχή  $O$**  των αξόνων ;
23. Πόσο απέχει το σημείο  $M(\alpha, \beta)$  από τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  και την αρχή  $O$  των αξόνων;
24. Τι ονομάζεται **γραφική παράσταση** μιας συνάρτησης ;
25. Πότε ένα σημείο  $A(\alpha, \beta)$  βρίσκεται στη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης ;
26. Πότε ένα **σημείο** της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης βρίσκεται **πάνω** και πότε **κάτω** από τον άξονα  $x'x$  ;
27. Πότε δύο ποσά λέγονται **ανάλογα**;
28. Αν το μέγεθος  $y$  είναι **ανάλογο** με το μέγεθος  $x$ , ποια συνάρτηση συνδέει τα  $x, y$  ;
29. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = ax$ ;
30. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο  $y = ax + \beta$ ;
31. Τι παριστάνει η εξίσωση  $ax + \beta y = \gamma$ , με  $a \neq 0$  ή  $\beta \neq 0$  ;
32. Να σχεδιαστούν οι ευθείες  $y = \kappa$  και  $x = \kappa$ .
33. Πώς βρίσκουμε τα **σημεία τομής** της ευθείας  $ax + \beta y = \gamma$

( $\alpha \neq 0$  ή  $\beta \neq 0$ ) με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ ;

34. α. Πότε δύο ποσά  $x, y$  λέγονται **αντιστρόφως ανάλογα**;  
β. Πώς **συνδέονται** δύο **αντιστρόφως ανάλογα ποσά**  $x$  και  $y$  ;
35. α. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης:

$$y = \frac{\alpha}{x}, \text{ όπου } \alpha \neq 0$$

- β. Ποιες συμμετρίες έχει η γραφική παράσταση της υπερβολής:

$$y = \frac{\alpha}{x} \text{ όπου } \alpha \neq 0$$

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο

#### ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

36. α. Τι λέγεται **πληθυσμός**;  
β. Τι ονομάζεται **μεταβλητή**;  
γ. Τι λέγονται **τιμές** μιας μεταβλητής;
37. α. Τι ονομάζεται **δείγμα** ενός πληθυσμού και τι αντιπροσωπευτικό δείγμα;  
β. Τι είναι η **δειγματοληψία**;  
γ. Τι λέγεται **μέγεθος** ενός δείγματος;  
δ. Πώς γίνεται η συγκέντρωση στατιστικών δεδομένων;
38. α. Τι είναι τα **εικονογράμματα**;  
β. Τι είναι τα **ραβδογράμματα**;
39. α. Τι είναι τα **κυκλικά διαγράμματα**;  
β. Τι είναι τα **χρονοδιαγράμματα**;
40. α. Τι ονομάζεται **συχνότητα** μιας τιμής σε ένα δείγμα;  
β. Τι ονομάζεται **σχετική συχνότητα** μιας τιμής και πώς εκφράζεται;
41. α. Πότε **ομαδοποιούνται** οι παρατηρήσεις ενός δείγματος;  
β. Τι είναι οι **κλάσεις** και τι είναι το **πλάτος** της κλάσης;  
γ. Τι είναι το **ιστόγραμμα**;

42. α. Τι ονομάζεται **μέση τιμή** του συνόλου των παρατηρήσεων ενός δείγματος;  
β. Πώς υπολογίζεται η **μέση τιμή** σε **ομαδοποιημένες** παρατηρήσεις;
43. Πώς βρίσκεται η **διάμεσος** των παρατηρήσεων ενός δείγματος όταν το πλήθος τους είναι:  
α. **περιττός** αριθμός,                      β. **άρτιος** αριθμός.

ΜΕΡΟΣ Β΄    **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο**    ΕΜΒΑΔΑ-ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡ.

44. Τι είναι το εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας;
45. α. Τι είναι το τετραγωνικό μέτρο;  
β. Ποιες είναι οι υποδιαιρέσεις του τετραγωνικού μέτρου;  
γ. Ποιες άλλες μονάδες μέτρησης επιφανειών γνωρίζετε;
46. Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν **τετραγώνου**;
47. Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν ενός **ορθογωνίου**;
48. Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν **παραλληλογράμμου**;
49. Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν **τριγώνου**;
50. Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν **τραπεζίου**;
51. Να διατυπωθεί το **Πυθαγόρειο θεώρημα**.
52. Να διατυπωθεί το **αντίστροφο** του **Πυθαγόρειου θεωρήματος**.

ΜΕΡΟΣ Β΄    **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο**    ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ-ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

53. Τι ονομάζεται **εφαπτομένη** μιας οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;
54. Ποια σχέση συνδέει την **κλίση** της ευθείας  $y = ax$  και τη **γωνία**  $\omega$  που σχηματίζει η ευθεία αυτή με τον άξονα  $x'x$  ;
55. Τι ονομάζεται **ημίτονο** μιας οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;

56. Τι ονομάζεται **σνημίτονο** μιας οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;
57. α. Να συγκριθούν οι αριθμοί  $\eta\omega$ ,  $\sigma\upsilon\omega$  με το 1.  
β. Ποια σχέση συνδέει τους αριθμούς  $\eta\omega$ ,  $\sigma\upsilon\omega$  και  $\epsilon\phi\omega$ .
58. Πώς μεταβάλλεται το **ημίτονο** μιας οξείας γωνίας, όταν η γωνία **αυξάνεται**;
59. Πώς μεταβάλλεται το **σνημίτονο** μιας οξείας γωνίας, όταν η γωνία **αυξάνεται**;
60. Πώς μεταβάλλεται η **εφαπτομένη** μιας οξείας γωνίας, όταν η γωνία **αυξάνεται**;
61. Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των  $45^\circ$ .
62. Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των  $30^\circ$  και  $60^\circ$ .
63. α. Ποια μεγέθη λέγονται **βαθμωτά** ή **μονόμετρα** και ποια **διανυσματικά**;  
β. Τι λέγεται **διάνυσμα** και ποια είναι τα στοιχεία του;
64. α. Πότε δύο **διανύσματα** λέγονται **ίσα**;  
β. Πότε δύο **διανύσματα** λέγονται **αντίθετα**;
65. α. Πότε δύο ή περισσότερα **διανύσματα** λέγονται **διαδοχικά**;  
β. Πώς **προσθέτονται** δύο ή περισσότερα διανύσματα με τη μέθοδο του **πολυγώνου**;
66. Πώς **προσθέτονται** δύο διανύσματα με τη μέθοδο του **παραλληλογράμμου**;
67. Τι είναι το **μηδενικό** διάνυσμα;
68. α. Πώς ορίζεται η **διαφορά**  $\vec{AB} - \vec{\Gamma\Delta}$  δύο διανυσμάτων  $\vec{AB}$  και  $\vec{\Gamma\Delta}$ ;  
β. Πώς ορίζεται η **διαφορά** δύο διανυσμάτων με **κοινή** αρχή;
69. α. Πώς **αναλύεται** ένα διάνυσμα σε δύο **κάθετες** συνιστώσες;  
β. Πώς υπολογίζονται τα **μέτρα** των **κάθετων συνιστωσών** ενός διανύσματος  $\vec{F}$ ;

- 70.** Πότε μια γωνία λέγεται **εγγεγραμμένη**;
- 71.** Τι ισχύει για μια **εγγεγραμμένη γωνία** που βαίνει σε **ημικύκλιο**;
- 72.** Ποιες **ιδιότητες** έχουν οι **εγγεγραμμένες γωνίες**;
- 73.** Τι ονομάζεται  **$n$  – γωνο**;
- 74.** Πότε ένα πολύγωνο λέγεται **κανονικό**;
- 75. α.** Πότε ένα πολύγωνο λέγεται **εγγεγραμμένο** σε κύκλο;  
**β.** Τι λέγεται **περιγεγραμμένος** κύκλος ενός κανονικού πολυγώνου;
- 76.** Πώς κατασκευάζεται ένα κανονικό  $n$  – γωνο;
- 77.** Τι ονομάζεται **κεντρική γωνία** ενός κανονικού  $n$  – γώνου και με τι ισούται;
- 78. α.** Τι ονομάζεται **γωνία** ενός κανονικού  $n$  – γώνου;  
**β.** Πώς υπολογίζεται η **γωνία** ενός κανονικού  $n$  – γώνου;
- 79. α.** Τι λέγεται **μήκος** ενός κύκλου;  
**β.** Με τι ισούται το **μήκος** ενός **κύκλου**;
- 80. α.** Με τι ισούται το **μήκος**  $l$  ενός τόξου  $\mu^\circ$ ;  
**β.** Τι ονομάζεται **ακτίνιο**;
- 81. α.** Με τι ισούται το **μήκος** ενός τόξου  **$\alpha$  rad**;  
**β.** Πώς μετατρέπουμε μοίρες σε ακτίνια ή ακτίνια σε μοίρες;
- 82.** Πώς υπολογίζεται το **εμβαδόν κυκλικού δίσκου**;
- 83.** Τι ονομάζεται **κυκλικός τομέας**;
- 84.** Πώς υπολογίζεται το **εμβαδόν κυκλικού τομέα** γωνίας μέτρου  $\mu^\circ$  ή τόξου  $\alpha$  rad;
- 85. α.** Ποιες είναι οι πρωταρχικές έννοιες του χώρου;  
**β.** Πώς ορίζεται ένα επίπεδο;
- 86. α.** Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις δύο επιπέδων;

- β. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις δύο ευθειών στο χώρο;
- γ. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις ευθείας και επιπέδου;
- 87. α. Πότε μια ευθεία λέγεται κάθετη σε ένα επίπεδο;
- β. Τι λέγεται απόσταση ενός σημείου από ένα επίπεδο;
- γ. Τι λέγεται απόσταση δύο παράλληλων επιπέδων;
- 88. α. Τι λέγεται ορθό πρίσμα και ποια είναι τα στοιχεία του;
- β. Τι ονομάζεται ανάπτυγμα ενός πρίσματος και πώς υπολογίζεται το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς του;
- γ. Πώς υπολογίζεται το ολικό εμβαδό ενός πρίσματος;
- 89. α. Τι ονομάζεται **κύλινδρος**;
- β. Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν  $E_{\pi}$  της παράπλευρης επιφάνειας ενός κυλίνδρου;
- γ. Πώς υπολογίζεται το ολικό εμβαδόν  $E_{ολ}$  ενός κυλίνδρου;
- 90. α. Τι λέγεται όγκος ενός στερεού σώματος  $\Sigma$ ;
- β. Ποιες είναι οι βασικές μονάδες μέτρησης του όγκου;
- 91. α. Πώς υπολογίζεται ο όγκος ενός πρίσματος;
- β. Πώς υπολογίζεται ο όγκος ενός κυλίνδρου;
- 92. α. Ποιο στερεό λέγεται **πυραμίδα**;
- β. Ποια είναι τα στοιχεία μιας πυραμίδας;
- γ. Ποια πυραμίδα λέγεται **κανονική**;
- 93. α. Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν μιας πυραμίδας;
- β. Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν μιας κανονικής πυραμίδας;
- γ. Πώς υπολογίζεται ο όγκος μιας πυραμίδας;
- 94. α. Τι λέγεται **κώνος**;
- β. Ποια είναι τα στοιχεία του κώνου;
- 95. α. Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν ενός κώνου;
- β. Πώς υπολογίζεται ο όγκος ενός κώνου;
- 96. α. Τι λέγεται **σφαίρα**;
- β. Ποια είναι τα στοιχεία μιας σφαίρας;
- γ. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις ενός επιπέδου και μιας σφαίρας;
- 97. α. Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν μιας επιφάνειας μιας σφαίρας;
- β. Πώς υπολογίζεται ο όγκος μιας σφαίρας;

### Λίγα λόγια για την εξεταστέα ύλη και τα θέματα

Όπως είναι γνωστό τα θέματα στις εξετάσεις του Γυμνασίου χωρίζονται σε δύο κατηγορίες.

- Την Θεωρία και τις Ασκήσεις.  
Έχουμε 2 Θεωρίες και 3 Ασκήσεις.  
Πρέπει να απαντήσουμε 1 θέμα Θεωρίας και να λύσουμε 2 Ασκήσεις.
- Δεν πρέπει να ανακατεύουμε ερωτήματα από τα διάφορα θέματα.
- Θέματα Θεωρίας θεωρούνται αυτά που είναι με σαφήνεια διατυπωμένα μέσα στο Σχολικό βιβλίο.
- Συνήθως οι καθηγητές βάσει νόμου "χαρίζουν" ένα τμήμα της ύλης.



**Κεφ. 1** Το συγκεκριμένο κεφάλαιο δίνει με μεγάλη βεβαιότητα ένα θέμα ασκήσεων. Από θεωρία (τι είναι μεταβλητή, τι εξίσωση και ποια είναι τα χαρακτηριστικά της, α' μέλος, β' μέλος, ρίζα).

Αν δεν μπει θέμα εξίσωσης, σίγουρα θα έχουμε θέμα ανίσωσης, επομένως προσοχή στη θεωρία σελ. 32.

**Κεφ. 2** Ορισμός τετραγωνικής ρίζας σελ. **41-42**.

**Κεφ. 3** Ορισμός συνάρτησης σελ. **55**

Προσοχή στο γενικό τύπο της απόστασης δύο σημείων που δίνει

θέμα σε συνδιασμό με το Πυθαγόρειο θεώρημα σελ. **63**

Ορισμός ανάλογων ποσών, κλίση ευθείας σελ. **67-68**

Η συνάρτηση  $y=ax+\beta$  σελ. **73-74**

Ορισμός αντιστρόφως ανάλογων ποσών σελ. **79**

Γραφική παράσταση της  $y=\frac{\alpha}{x}$  σελ. **80**

**Κεφ. 4** Κεφάλαιο που συνήθως δεν διδάσκεται ή αφαιρείται από την ύλη. Αν παρ' όλα αυτά είναι στην ύλη τότε θα δώσει θέμα κυρίως άσκηση αλλά και θεωρίας όπως είδη διαγραμμάτων σελ. 90, 91, ορισμοί σελίδας 95, 96 και 104.

**ΜΕΡΟΣ Β' Γεωμετρία**

<b>Κεφ. 1</b>	Ορισμός εμβαδού	σελ. <b>114,</b>
	Μονάδες και σχέσεις μεταξύ τους	σελ. <b>116</b>
	Τύποι εμβαδών διαφόρων σχημάτων	σελ. <b>119, 120</b>
	Πυθαγόρειο Θεώρημα (διατύπωση και εφαρμογή) ευθύ και αντίστροφο	σελ. <b>128</b>
<b>Κεφ. 2</b>	Ορισμοί εφαπτομένης, ημιτόνου, συνημιτόνου.	σελ. <b>137-142-143</b>
	Ορισμός διανύσματος διεύθυνση, φορά, μέτρο	σελ. <b>157</b>
	Ισα, αντίθετα διανύσματα	σελ. <b>158-159</b>
<b>Κεφ. 3</b>	Ορισμός εγγεγραμμένης γωνίας	σελ. <b>175, 176</b>
	Ορισμός κανονικού πολυγώνου, κεντρική γωνία και γωνία πολυγώνου	σελ. <b>180, 182</b>
	Μήκος κύκλου, μήκος τόξου, ορισμός ακτινίου, σχέση μοιρών και ακτινίων, εμβαδόν κυκλικού δίσκου, εμβαδόν κυκλικού τομέα	σελ. <b>187-190-193-196</b>

**S.O.S**

**ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΕΦΟΛΗΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ**

1. Πυθαγόρειο θεώρημα ευθύ και αντίστροφο.
2. Ορισμοί τριγωνομετρικών αριθμών ημ, συν, εφ, οξείας γωνίας, ορθογωνίου τριγώνου.
3. Ορισμός τετραγωνικής ρίζας και συνέπειες.
4. Ορισμός εγγεγραμμένης γωνίας.  
Ορισμός κανονικού πολυγώνου - γωνία και κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου και σχέση που τις συνδέει.
5. Γραφικές παραστάσεις των  $y=ax$ ,  $y=ax+\beta$ ,  $y=\frac{\alpha}{x}$

Τι πρέπει να προσέξετε απο ασκήσεις-παραδείγματα-εφαρμογές σχολ. βιβ

**ΜΕΡΟΣ Α΄**

**ΜΕΡΟΣ Β΄**

Σελ	Ασκήσεις	Παρ-εφαρ	Σελ	Ασκήσεις	Παρ-εφαρ
18		1, 2	118	4,5	2
19		3, 4	121		1
20	3, 5, 6, 9		122		5, 6
21	10		125	5, 7, 9, 13	
33		1	129		2, 4
34		2, 3	131	4, 6, 8	
35		5, 6	139		3, 4
			140	4, 5	
			146	1, 3	
63		3	155	6, 7, 9	
66	4, 5, 6		176,177		1, 2
69		2, 3	179	3, 4, 7	
71	5, 6, 7		183		1, 2
107		3,4	185	5	
109	3, 5, 6, 7		187		1, 3
		2	191		1, 2
			192	3, 5	1, 2
			193		1, 2
			195	2, 3	
			198	4, 7	

**S.O.S ΤΥΠΟΙ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΕΦΟΛΗΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ**

1. Να λυθεί μια εξίσωση ή ανίσωση ή να βρείτε πότε συναληθεύουν δύο ανισώσεις .
2. Επίλυση τριγώνου με χρήση τριγωνομετρίας ή πυθαγορείου θεωρήματος.
3. Υπολογισμός μήκους ή εμβαδού κύκλου, μήκους τόξου.  
Υπολογισμός εμβαδού δακτυλίου ή κυκλικού τομέα ή κάποιων άλλων τμημάτων.  
Εμβαδά τριγώνων παραλληλογράμμων.



**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ**



1. Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

α.  $-(-3+8+1)-[-(2-6)+(-7-9)]$

β.  $-\frac{3}{4}+2+\left[-1-\left(-\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\right)+\left(-3+\frac{1}{5}\right)\right]$

Απ.:  $\alpha=6, \beta=-\frac{19}{5}$

2. Αν  $\alpha=-2+[7(-1)^{20}]:(-3)$  και  $\beta=\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}+(-1)^{-1}}{\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}+(-600)^0}$

Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι αντίστροφοι

3. Αν  $\alpha = 5-8+7-3$ ,  $\beta = -24+38-20+4$ ,  $\gamma = 4.\alpha + 3.\beta-1$

να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A=\alpha^2+\beta^2-\alpha^3+\frac{1}{2}\gamma-1$$

Απ.:  $\frac{39}{10}$

4. Να βρεθεί ο  $x$  ώστε να ισχύουν οι ισότητες

i.  $6^5x=2^53^7$       ii.  $(-4)^32^4x=8^9$       iii.  $3^{16}=3^x \cdot 3^{4x+1}$

iv.  $8^{-x+3}=1$ ,      v.  $(0,2)^{-3} \cdot 5^x=125^2$       vi.  $-4^4:x=2^3$

vii.  $x:\left(-\frac{2}{14}\right)^3=7^2$ ,

Απ.: i)  $x=9$ , ii)  $x=-2^{17}$ , iii)  $x=3$ , iv)  $x=3$ , v)  $x=3$ , vi)  $x=-32$ , vii)  $-\frac{1}{7}$

5. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\begin{array}{ll} \alpha. \frac{x-7}{2} - \frac{1}{3} = 1 + \frac{x+9}{9} & \beta. \frac{2(\ominus 3)}{5} - \frac{3(\ominus 2)}{4} = 1 \\ \gamma. \frac{x+1}{4} - \frac{2x-1}{3} + \frac{5x+2}{12} = 0 & \delta. \frac{3x-5}{4} = \frac{7x+4}{10} - \frac{x}{2} \\ \epsilon. (x-1) - 2(3x-4) = 2 - 5(x-1) \end{array}$$

Απ.: α)  $x=15$ , β)  $\omega=-2$ , δ)  $x=3$

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{array}{ll} \text{i.} \frac{1-4x}{5} - \frac{x+1}{4} = \frac{x-4}{20} + \frac{5}{4} & \text{ii.} \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{x}{4} - \frac{x}{5} - \frac{49}{60} \\ \text{iii.} 1,2(x+1) - 2,5 + 1,5x = 8,6 \end{array}$$

Απ.: i)  $x=-1$  ii)  $x=-7$  iii)  $x=11/3$

7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{array}{ll} \text{i.} \frac{x+7}{2} - \frac{x}{3} = \frac{x+1}{4} + 3 & \text{ii.} \frac{4x-3}{2} + 5 = \frac{3x+10}{3} + \frac{5x-1}{5} \\ \text{iii.} \frac{7x-1}{4} + \frac{x+3}{2} = 2x + \frac{x+5}{4} & \text{iv.} \frac{3(x+3)}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5x+9}{3} - \frac{7x-9}{4} \\ \text{v.} \frac{1}{3} \left[ \frac{x-2}{2} - \frac{2(x+1)}{5} - 1 \right] = \frac{3(x+2)}{10} - 1 \end{array}$$

Απ.: i)  $x=3$ , ii) αδύνατη, iii) αόριστη iv.  $x=3$  v)  $x=-3/2$

8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{array}{ll} \text{i.} \frac{2x-1}{5} + \frac{7x-8}{15} - 2x = x - \frac{2x}{15} & \text{ii.} 2 - \left( \frac{3x}{4} - \frac{x}{2} \right) = \left( \frac{x-1}{2} - \frac{2-x}{4} \right) + 5 \\ \text{iii.} \frac{5(x+3)}{2} - \frac{4(x-1)}{2} + \frac{6(x-1)}{8} = 0 \end{array}$$

Απ.: i)  $x=-11/30$  ii)  $x=-2$  iii)  $x=-7$

9. Να βρεθούν οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  ώστε οι εξισώσεις:

$$\begin{array}{ll} \alpha. 2\alpha x = 8 + 3x \text{ να είναι αδύνατη} & \\ \beta. 3\alpha x - 5 = 6\beta - 4x \text{ να είναι ταυτότητα.} & \end{array}$$

Απ.: α)  $\alpha = \frac{3}{2}$ , β)  $\alpha = \frac{4}{3}$ ,  $\beta = -\frac{5}{6}$

10. Ένα ορθογώνιο έχει περίμετρο 32cm. Να βρείτε τις διαστάσεις του αν γνωρίζετε ότι η μία πλευρά είναι τριπλάσια της άλλης.

Απ.: 4,12

11. Ένα γυμνάσιο έχει 350 μαθητές. Η Α' τάξη έχει 20 μαθητές περισσότερους από την Β' και η Γ' έχει 12 μαθητές λιγότερους από την Β. Πόσους μαθητές έχει η κάθε τάξη;

Απ.: 134, 114, 102

12. Ποιός αριθμός πρέπει να προστεθεί στους όρους του κλάσματος  $\frac{5}{12}$  ώστε αυτό να γίνει ίσο με  $\frac{4}{5}$ ;

Απ.:  $x=23$

13. Ένας πατέρας είναι 46 ετών και το παιδί του 14. Μετά πόσα χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι διπλάσια της ηλικίας του παιδιού του;

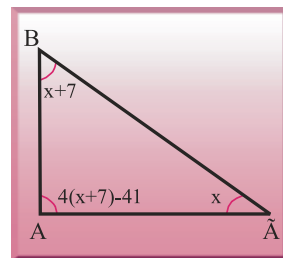
Απ.: 18 έτη

14. Να μοιραστούν 4.500 € σε τρία άτομα Α, Β, Γ ώστε ο Α να πάρει 180 € περισσότερα από τον Β και ο Β 600 € περισσότερα από τον Γ.

Απ.: 2.900, 1.100, 500

15. Να υπολογισθούν οι γωνίες του διπλανού σχήματος αν  $\hat{\Gamma} = x$ ,  $\hat{B} = x + 7$ ,  $\hat{A} = 4(x + 7) - 41$ .

(Απ.:  $x = 31^\circ$ )



16. Δύο φίλοι ζυγίζουν 140 Kgr. Αν ο ένας ζυγίζει 40 Kgr λιγότερο από το διπλάσιο του βάρους του άλλου, πόσο ζυγίζει ο καθ' ένας;

Απ.: 80, 60

**17.** Ένας πατέρας έχει σήμερα τετραπλάσια ηλικία από την κόρη του. Μετά από 20 χρόνια, θα έχει την διπλάσια. Τι ηλικία έχει η κόρη και τι ο πατέρας;

Απ.: 10, 40

**18.** Το άθροισμα των ηλικιών τριών ανθρώπων είναι 100 χρόνια. Ο μεγαλύτερος έχει ηλικία ίση με το άθροισμα των ηλικιών των άλλων δύο. Ο μικρότερος είναι κατά 10 χρόνια μικρότερος από τον μεσαίο. Τι ηλικία έχει ο καθένας τους;

Απ.: 20, 30, 50

**19.** Σε ισοσκελές τρίγωνο η γωνία της κορυφής είναι κατά  $24^\circ$  μικρότερη των γωνιών της βάσης. Να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου.

Απ.:  $68^\circ$ ,  $68^\circ$ ,  $44^\circ$

**20.** Για να καλυφθούν τα έξοδα της επίσκεψης ενός τμήματος της Β' Γυμνασίου σε αρχαιολογικό χώρο, ο κάθε μαθητής έπρεπε να πληρώσει 2,5€. Επειδή όμως 6 μαθητές δεν μπόρεσαν να συμμετάσχουν, οι υπόλοιποι του τμήματος πλήρωσα 3,25€. Πόσους μαθητές έχει το τμήμα;

Απ.: 26

**21.** Σε μία συγκέντρωση οι άνδρες ήταν διπλάσιοι από τις γυναίκες. Όταν έφυγαν 6 άνδρες με τις συζύγους τους, έμειναν τριπλάσιοι άνδρες σε σχέση με τις γυναίκες. Πόσοι ήταν οι άνδρες και πόσες οι γυναίκες στην αρχή της συγκέντρωσης;

Απ.: 24 άνδρες, 12 γυναίκες

**22.** Για να αναδασωθούν δύο περιοχές συνολικής έκτασης 10 στρεμμάτων, χρειάστηκαν 240 δεντρίλια. Στην πρώτη περιοχή φυτεύτηκαν 30 δεντρίλια ανα στρέμμα και στη δεύτερη, 20 δεντρίλια ανα στρέμμα. Να υπολογισθεί η έκταση κάθε περιοχής καθώς και το εμβαδό (ωφέλιμο έδαφος) κάθε δεντρίλιου.

Απ.: 4 στρέμματα, 6 στρέμματα,  $33 \text{ m}^2$ ,  $50 \text{ m}^2$

**23.** Να λυθούν οι ανισώσεις:

α.  $\frac{3x+1}{3} - \frac{3x-1}{2} > -\frac{2}{3}$

β.  $3x-5 < 13-3x$

γ.  $-2x+3 > -4x+5$

δ.  $4(x-4) < 3x-14$

ε.  $5x+2-(3x+5) \leq 4x+17$

Απ.: α)  $x < 3$ , β)  $x < 3$ , γ)  $x > 1$ , δ)  $x < 2$ , ε)  $x \geq -10$

24. Να λυθούν οι ανισώσεις:

α.  $\frac{3x+1}{4} < \frac{13}{12} - \frac{x-4}{3}$

β.  $\frac{13-x}{2} - \frac{x-2}{3} < \frac{3-x}{4}$

γ.  $\frac{2x-3}{2} + \frac{1}{8} > \frac{5x}{4}$

δ.  $\frac{x-2}{6} - \frac{1-3x}{2} \leq \frac{3-2x}{9}$

Απ.: α)  $x < 2$ , β)  $x > 1$ , γ)  $x < -\frac{11}{2}$ , δ)  $x \leq \frac{21}{34}$

25. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παρακάτω συστημάτων:

α.  $3x-4 < 2(3-x)$

β.  $\frac{3x+1}{8} < \frac{1}{2} - \frac{x-4}{6}$

$2x-3(x+1) \geq x-5(x+1)^{-1}$

$\frac{3x+1}{3} < \frac{3x-1}{2} - \frac{2}{3}$

Απ.: α)  $1 \leq x < 2$ , β) αδύνατο

26. Να βρεθούν οι ακέραιοι αριθμοί για τους οποίους συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$2x-1 \geq x+2$

$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} \leq 1$

$3x-5 \leq 4x+1$

Απ.: 3, 4, 5, 6

27. Να λυθεί το σύστημα:  $\frac{x+2}{5} + \frac{x-2}{5} \geq \frac{x+3}{10} - \frac{3}{2}$

$\frac{2x-1}{5} - \frac{x-2}{6} + \frac{x-3}{2} \leq \frac{5}{3}$

α. στο σύνολο των ακεραίων αριθμών

β. στο σύνολο των πραγματικών αριθμών.

Απ.: α)  $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$  β)  $-4 \leq x \leq 4 \frac{3}{22}$

28. α. Να λυθούν και οι λύσεις να παρασταθούν σε άξονα των

παρακάτω ανισώσεων:

i.  $2(x-3)-4(x+1) < x+2$       ii.  $\frac{2x-1}{3} - x \geq \frac{x+1}{2} + \frac{5}{3}$

β. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

i.  $\frac{5x}{3} + 3x > -14$  και  $-3(x-4) < 6$   
 ii.  $4x-1 > \frac{x}{2} - 8$  και  $2x+1 < \frac{5x+4}{3}$

Απ.: α) i.  $x > -4$  ii.  $x \leq -3$  β) i.  $-3 < x < 2$  ii.  $-2 < x < 1$

29. Να βρεθεί ο μικρότερος φυσικός αριθμός του οποίου το πενταπλάσιο ελαττωμένο κατά 2 είναι μεγαλύτερο από το 61.

Απ.: 13

30. Στο ταξί πληρώνουμε 0,70 € για την "σημαία" και 0,15 € για κάθε χιλιόμετρο. Πόσα το πολύ Km μπορούμε να κάνουμε με 3 € το πολύ;

Απ.: 15 Km

31. Να υπολογισθούν οι παραστάσεις:

α.  $(\sqrt{36})^2 + (\sqrt{(-36)})^2 + (\sqrt{|-36|})^2 - \sqrt{|-36|}$

β.  $(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})$       γ.  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

Απ.: α) 102, β) -2, γ)  $5+2\sqrt{6}$

32. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$B = \left( \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} \right) + \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} - (\sqrt{5})^2 - \sqrt{\frac{25}{4}} + \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{49}{25}}$$

Απ.:  $\frac{39}{10}$

33. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}} \quad B = \sqrt{5 + \sqrt{10 + \sqrt{31 + \sqrt{25}}}}$$

Απ.: i) 4 ii) 3

34. Να δείξετε ότι οι παραστάσεις:

$$A = \sqrt{24} + 2\sqrt{10} - 2\sqrt{6} - \sqrt{40} \quad \text{και} \quad B = \sqrt{18} + 4\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{162}$$

είναι ίσες.

35. Να γίνουν οι πράξεις:

i.  $3\sqrt{5} + 4\sqrt{20} - 5\sqrt{45}$ ,      iv.  $\sqrt{8}\sqrt{5} \cdot 5\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{15} \cdot \sqrt{2}$

v.  $(\sqrt{32} + \sqrt{45} - \sqrt{98})(\sqrt{72} + \sqrt{80} - \sqrt{8})$

vi.  $(\sqrt{112} - \sqrt{7} + \sqrt{48})(\sqrt{63} - \sqrt{48})$

Απ.: i)  $-4\sqrt{5}$  iv) 600 v) 36, vi) 15

36. Να υπολογισθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A = (\sqrt{3} - \sqrt{27}) \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2}(3 - \sqrt{2}) + \sqrt{18}$$

$$B = (\sqrt{98} - \sqrt{72} + 5\sqrt{32} + 6\sqrt{50}) \cdot \sqrt{2}$$

Απ.: A = -4 B = 102

37. Να υπολογισθούν οι τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

$$x = \sqrt{2}\sqrt{8} - \sqrt{50}\sqrt{200} + \sqrt{\frac{49}{8}}\sqrt{2^3} - \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} \quad y = \frac{\sqrt{108}}{\sqrt{75}} - \frac{\sqrt{1,2}}{\sqrt{0,3}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}}$$

Απ.: x = -91, y = -1

38. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i.  $\sqrt{2}x - \sqrt{4} = 2x - \sqrt{2}$

ii.  $\sqrt{7} \cdot x - 5\sqrt{3} = 4\sqrt{7} - \sqrt{3} - \sqrt{3} \cdot x$

Απ.: i) x = -1, ii) x = 4

39. α. Τι σχέση έχουν οι αριθμοί  $\sqrt{5} - 1$ ,  $1 - \sqrt{5}$ ;

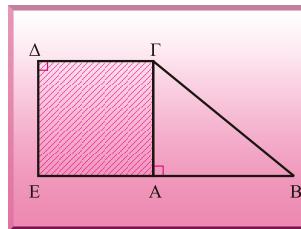
β. Να λυθεί η εξίσωση  $x - \sqrt{5} = x \cdot \sqrt{5} - 1$ .

Απ.: β) x = -1



47. Στο διπλανό σχήμα το εμβαδό του τετραγώνου ΑΓΔΕ είναι  $64 \text{ m}^2$  ενώ η υποτείνουσα ΒΓ έχει μήκος  $1700 \text{ cm}$ . Να βρεθεί το μήκος της ΕΒ.

Απ.: 23



48. α. Τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου είναι  $AB=56 \text{ dm}$ ,  $ΒΓ=900 \text{ cm}$ ,  $ΓΑ=10,6 \text{ m}$ . Τι είδους τρίγωνο είναι;

β. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ( $AB=AG$ ) δίνονται  $AB=53 \text{ cm}$ ,  $ΒΓ=90 \text{ cm}$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

Απ.: α. ορθογώνιο β.  $1260 \text{ cm}^2$

49. Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων  $xOy$  δίνονται τα σημεία  $A(-1,8)$  και  $B(4,x)$ . Αν είναι γνωστό ότι  $AB^2=169$  ποιες τιμές μπορεί να πάρει το  $x$ ;

Απ.: -4 ή 20

50. Να βρεθούν οι τιμές του  $x$  για τις οποίες έχουν νόημα (ορίζονται) οι παρακάτω παραστάσεις:

i.  $A = \sqrt{2x-6}$     ii.  $B = \frac{5-x}{\sqrt{x-1}}$     iii.  $\Gamma = \sqrt{4-x} + \sqrt{3x-9}$

Απ.: i)  $x \geq 3$ , ii)  $x > 1$ , iii)  $3 \leq x \leq 4$

51. Δίνεται η συνάρτηση  $y=2x^2+1$ . Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας τιμών.

x	-3	-1	0	1	$\sqrt{2}$			$\sqrt{10}$
y						9	33	

Στη συνέχεια να τοποθετηθούν τα σημεία αυτά σε ένα σύστημα αξόνων και να ενωθούν με μια συνεχόμενη γραμμή

52. Δίνονται οι παρακάτω πίνακες τιμών δύο ποσών  $x$  και  $y$ .

x	3	9	2,7	-6	0,54	108
y	1	3	0,9	-2	0,18	36

x	1	2	4	6	8	10
y	2	4	6	8	10	12

- α. Να εξετάσετε αν τα ποσά των παραπάνω πινάκων είναι ανάλογα.
- β. Στην περίπτωση που είναι ανάλογα τα ποσά να εκφράσετε το y σαν συνάρτηση του x και να κάνετε την γραφική της παράσταση.
- 53.** Η γραφική παράσταση της  $y = (3\alpha - 2)x - 3$  διέρχεται από το σημείο  $A(-2, 1)$ .
- α. Να προσδιορισθεί το α.
- β. Για το α που βρήκατε στο ερώτημα α) να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.
- γ. Να βρεθούν τα σημεία Β, Γ που τέμνει τους άξονες.
- δ. Να βρεθούν οι οξείες γωνίες του τριγώνου ΟΒΓ.

$$\text{Απ.: } \alpha = 0, \quad \gamma) \text{B} \left( -\frac{3}{2}, 0 \right), \quad \Gamma(0, -3), \quad \delta) 27^\circ, 63^\circ$$

- 54.** Μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $A(\sqrt{3}, 1)$
- α. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας αυτής.
- β. Να βρεθεί η κλίση της καθώς και η γωνία που σχηματίζει με τον οριζόντιο άξονα.

$$\text{Απ.: κλίση } \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \text{γωνία } 30^\circ$$

- 55.** Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε την ευθεία  $y = 0,4x$ . Αν Α είναι το σημείο της με τεταγμένη 2 να βρεθεί η τετμημένη του σημείου Α, η απόσταση του Α από τον άξονα  $x'x$ , από τον άξονα  $y'y$  καθώς και από την αρχή των αξόνων.

$$\text{Απ.: } \text{ΟΑ} = \sqrt{29}$$

- 56.** Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $f(x) = 3x - 5$ .
- α. Να υπολογισθεί η παράσταση  $G(x) = f(x-3) + f(2x+3)$
- β. Να λυθεί η εξίσωση:  $A(x) = 8$

γ. Να λυθεί η ανίσωση:  $\frac{x-2}{2} - \frac{A(x)}{3} + \frac{1}{6} \leq 0$

Απ.: β)  $x = 2$ , γ)  $x \geq 1$

57. Δίνεται η ευθεία με εξίσωση  $y = (3\alpha - 2)x - 2\beta + 1$ . Αν γνωρίζουμε ότι είναι παράλληλη προς την ευθεία  $y = x - 3$  και διέρχεται από το σημείο  $A(2, -3)$  να βρεθούν οι  $\alpha, \beta$ .

Απ.:  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 3$

58. Δίνεται η συνάρτηση  $y = 3x + \beta$ .

- α. Να βρείτε το  $\beta$  αν ξέρετε ότι η γραφική παράσταση αυτής της συνάρτησης διέρχεται από το σημείο  $A(0, 6)$ .
- β. Αφού κάνετε την γραφική της παράσταση να βρείτε σε ποιο σημείο τέμνει τον άξονα  $xx'$ .

59. Για ποιά τιμή του  $\lambda$  η συνάρτηση με εξίσωση  $y = -\frac{5}{2}x - 4(\lambda - 3)$  είναι ευθεία που περνάει από την αρχή των αξόνων;

- 60. α. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνάει από την αρχή των αξόνων και το σημείο  $A(-2, 3)$ .
- β. Να υπολογισθεί το εμβαδό του τριγώνου  $AOB$  όταν  $B(2, 0)$ .

Απ.: β.  $E = 3$

61. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = ax + 1$  διέρχεται από το σημείο  $A(-1, 3)$  τότε:

- α. Να υπολογισθεί η τιμή του  $a$ .
- β. Να συμπληρωθεί ο επόμενος πίνακας τιμών για την συνάρτηση αυτή.

x	-1	0			2
y			0	4	

- 62. α. Να βρεθεί η εξίσωση της μορφής  $y = \frac{\alpha}{x}$ ,  $x \neq 0$  αν γνωρίζουμε ότι η γραφική της παράσταση περνάει από το  $A(1, -2)$ .

- β. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνάει από την αρχή των αξόνων και το σημείο Α.
- γ. Έχει η παραπάνω ευθεία άλλο κοινό σημείο με την υπερβολή και αν ναι ποιο; (Ποιές είναι οι συντεταγμένες του).

**63.** Δίνεται η συνάρτηση  $y=a\cdot x+3$ . Αν το σημείο  $A(2,-3)$  είναι σημείο της γραφικής της παράστασης να βρεθεί το  $a$  και στη συνέχεια να βρεθεί το εμβαδό του τριγώνου που σχηματίζεται από τη γραφική παράστασή της και τους άξονες  $xx'$ ,  $yy'$ .

**64. α.** Οι παρακάτω πίνακες είναι αντιστρόφως ανάλογων ποσών; Αν είναι ποια σχέσει συνδέει τα ποσά αυτά;

x	-4	2	5	-10	1		x	-2	-10	-15	3	-30
y	-5	10	4	-2	20		y	-30	6	-4	20	-2

β. 9 εργάτες φτιάχνουν ένα τούνελ μήκους 18 m σε 6 ημέρες. Πόσα μέτρα τούνελ θα φτιάξουν 15 εργάτες σε 8 ημέρες;

Απ.: 40 m

**65.** Το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  έχει διαστάσεις 5 m, 10 m. Το ευθ. τμήμα  $EZ$  ολισθαίνει στις  $AB$  και  $\Delta\Gamma$  ώστε  $ZE\perp AB$ . Ονομάζουμε με  $x$  το μήκος  $AE$ .

- α. Να βρείτε μια σχέση που να συνδέει τα ποσά μήκος  $AE=x$  με το εμβαδό των  $AEZ\Delta$ .
- β. Να γίνει η γραφική παράσταση της προηγούμενης σχέσης.

Απ.: α.  $E=5x$ ,  $0\leq x\leq 10$

**66.** Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A}=90^\circ$ ) με  $A\Gamma=12$  cm και  $B\Gamma=15$  cm. Να βρεθεί το εμβαδό του τετραγώνου που κατασκευάζεται με πλευρά την  $AB$ .

Απ.:  $E=81 \text{ cm}^2$

67. Ένα ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει  $AB=AG=20 \text{ cm}$  και  $B\Gamma=24 \text{ cm}$ . Να υπολογισθεί το εμβαδόν του.

Απ.:  $E=96 \text{ cm}^2$

68. Αν μια κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου είναι  $2 \text{ cm}$  και η άλλη τα  $\frac{4}{5}$  της υποτείνουσας να βρεθεί το εμβαδόν του.

Απ.:  $\frac{40}{15} \text{ cm}^2$

69. Ένα ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει  $AB=AG=18,5 \text{ cm}$  και η περίμετρος του είναι  $51 \text{ cm}$ . Να βρεθεί το εμβαδόν.

Απ.:  $119 \text{ cm}^2$  περίπου

70. Η υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι  $25 \text{ cm}$  και η μια κάθετη πλευρά είναι τα  $\frac{4}{5}$  της υποτείνουσας.

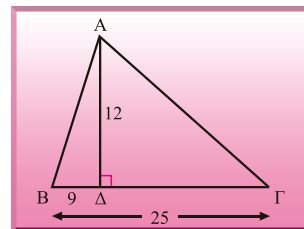
- i. Να βρείτε τις κάθετες πλευρές του τριγώνου
- ii. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου.
- iii. Να βρείτε το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

Απ.: i. 15, 20 ii. 150 iii.  $v=12$

71. Η υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι  $20 \text{ cm}$  ενώ ο λόγος των καθέτων πλευρών του είναι  $\frac{4}{3}$ . Να υπολογισθούν τα μήκη των καθέτων πλευρών του.

Απ.: 16,12

72. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και  $A\Delta$  το ύψος του. Αν  $A\Delta=12$ ,  $B\Delta=9$  και  $B\Gamma=25$  δείξτε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο.



73. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) με ΑΒ=10 cm και ΒΓ=16 cm.  
Να υπολογισθούν:

- α. το ύψος ΑΔ
- β. το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ
- γ. τα ύψη ΒΖ και ΓΗ.

Απ.: α) 6 β) 48 γ) 9,6

74. Ένα τρίγωνο έχει πλευρές 13, x, 2x+2, αν το x ικανοποιεί τη σχέση

$$(x+2)(x-3)=x^2-7 \text{ τότε:}$$

- α. Να υπολογισθεί το x.
- β. Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και να βρεθεί το εμβαδόν του.
- γ. Να υπολογισθεί το ύψος προς την υποτείνουσα.

Απ.: α) x = 1, β) E = 30, γ) υ =  $\frac{60}{13}$

75. Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) και Κ, Λ τα μέσα των ΑΔ, ΒΓ. Να δείξετε ότι τα εμβαδά των τραπεζίων ΑΒΛΚ και ΚΛΓΔ είναι ίσα (τα τραπέζια αυτά είναι ισοδύναμα).

76. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με περίμετρο 3,6 dm, μια πλευρά 0, 15 m και διαφορά των δύο άλλων πλευρών 3 cm.

- α. Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών του.
- β. Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
- γ. Να βρεθεί το εμβαδόν του.

Απ.: α) 9, 12, 15, γ) E=54 cm<sup>2</sup>

77. Σε ένα τρίγωνο τετραπλασιάζουμε την βάση του καθώς και το αντίστοιχο σ' αυτή ύψος. Τι σχέση έχει το εμβαδόν του νέου τριγώνου με αυτό του αρχικού;

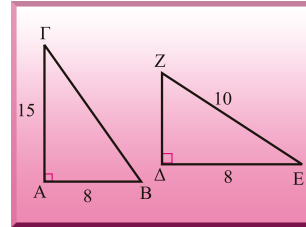
78. Μια πλατεία έχει σχήμα ορθογωνίου παραλ/μου με πλευρές 20 m και 10 m. Θα στρωθεί με τετράγωνα πλακάκια αξίας 2 € η κάθε μία, κόστους 10.000€.

- α. Πόσα πλακίδια χρησιμοποιήθηκαν;

β. Ποιο ήταν το μήκος της πλευράς αυτών των πλακιδίων;

Απ.: α) 5000 β) 0,2 m

79. Στα τρίγωνα ΑΒΓ, ΔΕΖ που είναι ορθογώνια στις Α, Δ να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί ημ, συν, εφ των οξείων γωνιών τους.



80. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) με ΒΓ=8 και  $\text{εφ}\hat{B} = \frac{3}{4}$  να υπολογισθούν τα μήκη των πλευρών ΑΒ, ΑΓ.

Απ.:  $AB = \frac{32}{5}$ ,  $AG = \frac{24}{5}$

81. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) έχουμε  $AB = 2AG$ . Να υπολογισθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας  $\hat{\Gamma}$ .

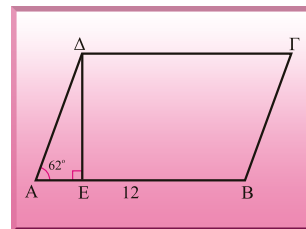
Απ.:  $\text{εφ}\hat{\Gamma} = 2$ ,  $\text{ημ}\hat{\Gamma} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ,  $\text{συν}\hat{\Gamma} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

82. Να βρεθούν οι άλλες πλευρές και γωνίες ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) στο οποίο είναι:

- i.  $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ , ΒΓ=8 cm      ii.  $\hat{B} = 50^\circ$ , ΑΒ=6 cm

Απ.: i) ΑΒ=4, ΑΓ=4√3 ii) ΑΓ=7,15 ΒΓ=9,33

83. Σε ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχουμε  $\hat{A} = 62^\circ$ , ΑΒ=12 cm  $AD = \frac{2}{3}AB$ . Να βρεθεί το ύψος του ΔΕ καθώς και το εμβαδόν του.



Απ.: ΔΕ=7,06, Ε=84,7 cm<sup>2</sup>

84. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ABΓ η γωνία βάσης είναι  $\hat{B}=42^\circ$  και το μήκος της βάσης  $B\Gamma=20$  cm. Να βρεθούν τα μήκη των ίσων πλευρών του καθώς και το εμβαδόν του.

Απ.: 13,46, E=90

85. Θεωρούμε έναν κύκλο (Κ, 15cm) και μια χορδή του AB τέτοια ώστε  $\hat{A\hat{K}B}=80^\circ$ . Να βρεθεί το μήκος της χορδής AB.

Απ.: 19,3 cm

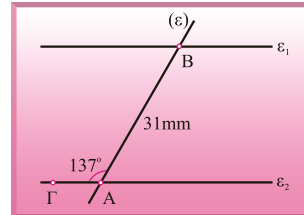
86. Δίνεται ένα ισοσκελές τρίγωνο ABΓ ( $AB=AG$ ) ώστε  $B\Gamma=\frac{3}{4} AB$ . Αν η περίμετρος του είναι 65 cm να υπολογισθούν οι γωνίες του.

Απ.:  $48^\circ, 48^\circ, 84^\circ$

87. Αν στο ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ( $A=90^\circ$ ) είναι  $B\Gamma=8$  cm και  $\epsilon\phi\Gamma=\sqrt{3}$  να υπολογισθούν τα μήκη των κάθετων πλευρών καθώς και το εμβαδόν του.

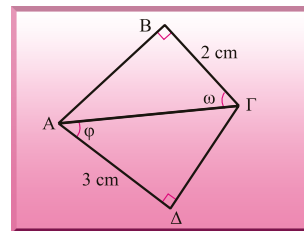
Απ.: 4,  $4\sqrt{3}$ ,  $16\sqrt{3}$

88. Στο σχήμα  $\epsilon_1//\epsilon_2$ , η (ε) τις τέμνει στα A, B ώστε  $AB=31$  mm και  $\hat{B\hat{A}\Gamma}=137^\circ$ . Να υπολογισθεί η απόσταση των παραλλήλων.



Απ.: 21,08 mm

89. Στο σχήμα  $\hat{B} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ ,  $B\Gamma=2$  cm,  $A\Delta=3$  cm και  $\epsilon\phi\omega=1,25$ . Να υπολογίσετε την εφφ και το εμβαδό του τετραπλεύρου ABΓΔ.



Απ.:  $\epsilon\phi\omega=0,37$ ,  $E=4,24$  cm<sup>2</sup>

90. Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων xOy δίνονται τα σημεία A(4,3), B(3,3), Γ(6,0). Να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου ABΓ.

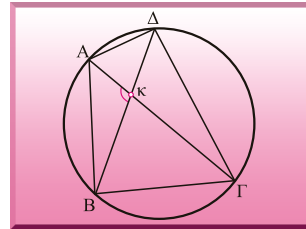
Απ.:  $A=120^\circ, B=45^\circ, \Gamma=15^\circ$

91. Έστω ένας κύκλος  $(O,R)$ . Σημειώνουμε τα διαδοχικά σημεία  $A, B, \Gamma, \Delta$  ώστε  $\widehat{AB}=70^\circ, \widehat{B\Gamma}=100^\circ, \widehat{\Gamma\Delta}=110^\circ$ . Να υπολογισθούν οι γωνίες  $\widehat{AB\Gamma}, \widehat{A\Delta\Gamma}$ . Το ίδιο να γίνει και για τις γωνίες  $\widehat{B\Delta\Delta}, \widehat{B\Gamma\Delta}$ . Τι παρατηρείτε;

Απ.: α.  $95^\circ \quad 85^\circ \quad 105^\circ \quad 75^\circ$

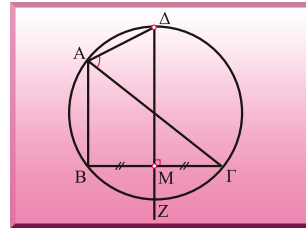
92. Σε ένα κύκλο παίρνουμε τρία διαδοχικά τόξα  $AB=66^\circ, B\Gamma=80^\circ, \Gamma\Delta=104^\circ$ .

- α. Να υπολογίστε τις γωνίες του τετραπλεύρου  $AB\Gamma\Delta$ .
- β. Αν οι διαγώνιοί των  $A\Gamma, B\Delta$  τέμνονται στο  $K$  να υπολογισθεί η γωνία  $\widehat{A\hat{K}B}$ .



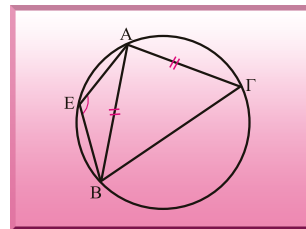
Απ.: α.  $92^\circ \quad 107^\circ \quad 88^\circ \quad 73^\circ$  β.  $85^\circ$

93. Στο διπλανό σχήμα η  $\Delta Z$  είναι μεσοκάθετος του  $B\Gamma$ . Να δείξετε ότι  $\widehat{\Delta A\Gamma} = 90^\circ - \frac{\widehat{B A \Gamma}}{2}$ .



94. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές ( $AB=A\Gamma$ ) ενώ  $\widehat{A\hat{E}B}=130^\circ$ . Να υπολογισθούν οι γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου.

Απ.:  $B=\Gamma=50^\circ \quad A=50^\circ$

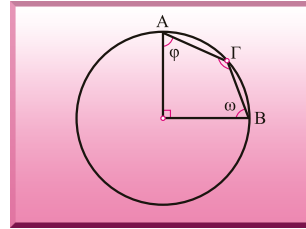


95. Η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι πενταπλάσια από την κεντρική του γωνία. Να βρεθεί το είδος του  $n$ -γώνου (δηλ. το πλήθος των πλευρών του).

Απ.:  $n=12$

96. Οι ακτίνες  $OA$  και  $OB$  είναι κάθετες και το  $\Gamma$  είναι τυχαίο σημείο του τόξου  $AB$ . Να υπολογισθεί το άθροισμα  $\hat{\phi} + \hat{\omega}$

Απ.:  $135^\circ$

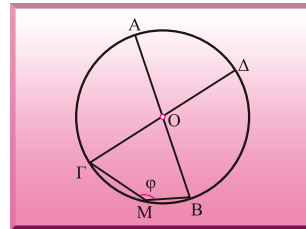


97. Σε κύκλο  $(K, \rho)$  θεωρούμε μια χορδή  $AB = \rho$ . Να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου  $KAB$ .

Απ.:  $60^\circ$

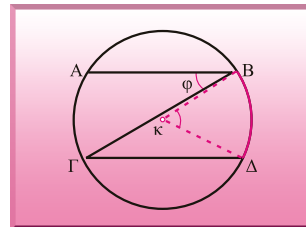
98. Οι  $AB$  και  $\Gamma\Delta$  είναι διάμετροι του κύκλου ενώ το τόξο  $A\Delta = 80^\circ$ . Να υπολογισθεί η γωνία  $\hat{\Gamma MB} = \phi$ .

Απ.:  $\phi = 160^\circ$



99. Στο διπλανό σχήμα έχουμε τόξο  $B\Delta = 70^\circ$  και  $AB \parallel \Gamma\Delta$ . Να υπολογισθεί η γωνία  $\hat{A\Gamma B} = \phi$ .

Απ.:  $\phi = 35^\circ$

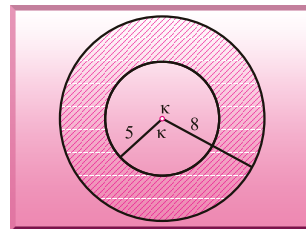


100. Το μήκος ενός κύκλου είναι  $37,68 \text{ dm}$ . Πόσα  $\text{cm}^2$  είναι το εμβαδόν του;

Απ.:  $11.304 \text{ cm}^2$

101.α. Να υπολογισθεί το σύρμα που χρειαζόμαστε για να κατασκευάσουμε τον διπλανό δακτύλιο.

β. Ποιά είναι το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου δακτυλίου;



Απ.: 81,64 και 122,46

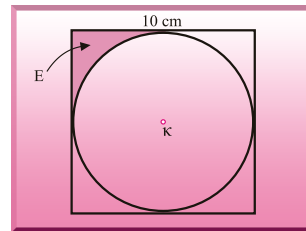
**102.** Ποιό είναι το μήκος ενός τόξους  $50^\circ$  σε έναν κύκλο ακτίνας 12 cm;

Απ.: 10,46 cm

**103.** Δίνεται κύκλος με ακτίνα  $\rho=4$  cm και ένας κυκλικός τομέας του οποίου το τόξο είναι  $60^\circ$ . Να βρείτε το εμβαδό αυτού του κυκλικού τομέα καθώς και την περίμετρό του.

Απ.:  $E=8,37 \text{ cm}^2$ ,  $\Pi=12,19 \text{ cm}$

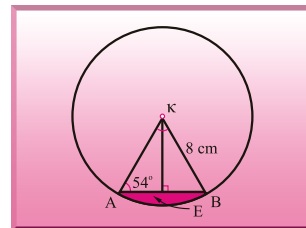
**104.** Στο διπλανό σχήμα έχουμε ένα τετράγωνο πλευράς 10 cm. Εσωτερικά του υπάρχει ένας κύκλος που εφάπτεται των πλευρών του τετραγώνου. Να βρεθεί το γραμμοσκιασμένο εμβαδό.



Απ.:  $E=5,375 \text{ cm}^2$

**105.** Στον κύκλο (Κ, 8 cm) έχουμε  $\widehat{ΚΑΒ}=54^\circ$ . Να υπολογισθεί το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου τμήματος. Δίνεται  $\eta\mu 54^\circ=0,809$ ,  $\sigma\upsilon\nu 54^\circ=0,588$ .

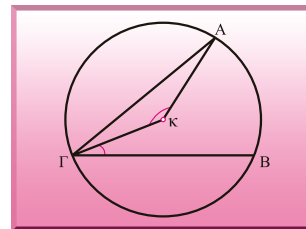
Απ.: 9,76



**106.** Στον διπλανό κύκλο δίνονται τα τόξα  $AB=80^\circ$ ,  $B\Gamma=120^\circ$ .

- Να βρεθεί η γωνία  $\widehat{ΑΚΓ}$ .
- Να βρεθεί η γωνία  $\widehat{ΚΓΒ}$
- Πλευρά ποιού κανονικού πολυγώνου είναι η ΒΓ;

Απ.: α.  $160^\circ$  β.  $30^\circ$  γ. ισοπλεύρου



**107.α.** Ένας κύκλος έχει εμβαδό  $615,44 \text{ cm}^2$ . Να βρεθεί το μήκος του.

**β.** Ένα κανονικό πολύγωνο έχει γωνία  $\varphi=156^\circ$ .

Να βρεθεί η κεντρική του γωνία και από αυτήν το πλήθος των πλευρών του.

Απ: α.  $\Gamma=257,48$  β.  $\omega=24^\circ$  γ.  $v=15$

**108.** Δίνεται κύκλος  $(O, \rho)$  και η εγγεγραμμένη γωνία του  $\widehat{B\hat{A}\Gamma}=45^\circ$ .

Αν η χορδή  $B\Gamma=4\cdot\sqrt{2}$  cm, να υπολογισθούν:

- α. η ακτίνα του κύκλου  $\rho$
- β. το μήκος του κύκλου  $L$
- γ. το μήκος του τόξου  $B\Gamma$
- δ. το εμβαδό του κύκλου  $E$
- ε. το εμβαδό του κυκλικού τομέα  $OB\Gamma$
- στ. πόσα rad (ακτίνια) είναι το τόξο  $B\Gamma$ ;

Απ.: α)  $\rho = 4$ , β)  $8\pi$ , γ)  $2\pi$ , δ)  $16\pi$ , ε)  $4\pi$  στ)  $\frac{\pi}{2}$  rad

**109.** Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με πλευρές  $A\Gamma=\frac{3}{4}AB$ ,  $B\Gamma=15$  και περίμετρο 36 cm.

Αν  $(O, \rho)$  ο περιγεγραμμένος στο τρίγωνο κύκλος, να βρεθούν:

- α. τα μήκη των πλευρών του τριγώνου και το είδος του.
- β. το μήκος του κύκλου
- γ. το εμβαδό του κυκλικού δίσκου

Απ.: α) 9, 12, 15, β)  $15\pi$ , γ)  $\frac{225\pi}{4}$

**110.** Να βρεθεί η περίμετρος και το εμβαδό ενός κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο  $(O, 10$  cm)

Απ.:  $P=60$  cm  $E=150\sqrt{3}$

**111.** Ένα κανονικό τετράπλευρο (τετράγωνο) είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο  $(O, 6$  cm). Να βρεθεί το εμβαδό ενός κυκλικού τμήματος από τα 4 κυκλικά τμήματα που ορίζονται στο σχήμα.

Απ.:  $9\pi-18$  cm<sup>2</sup>

33

ΘΕΜΑΤΑ ΟΠΩΣ ΑΚΡΙΒΩΣ ΤΕΘΗΚΑΝ  
ΣΤΙΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ  
ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΗΜΟΣΙΑ - ΙΔΙΩΤΙΚΑ ΛΥΚΕΙΑ

1ο

### ΘΕΩΡΙΑ

#### Θέμα 1ο

1. Τι λέγεται ημίτονο και τι λέγεται συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου.
2. Τι λέγεται εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου.
3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α.  $\epsilon\phi\omega = \frac{\text{συν}\omega}{\eta\mu\omega}$

β.  $0 < \text{συν}\omega < 1$

γ.  $\eta\mu 30^\circ = \text{συν} 60^\circ$

#### Θέμα 2ο

1. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα, να κατασκευάσετε σχήμα και να γράψετε την αντίστοιχη ισότητα.
2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει  $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$ .

β. Εάν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει  $\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2$  τότε  $\hat{B} = 90^\circ$ .

γ. Εάν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει  $BΓ^2 + ΑΓ^2 = ΑΒ^2$  τότε  $\hat{B} = 90^\circ$ .

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1η**

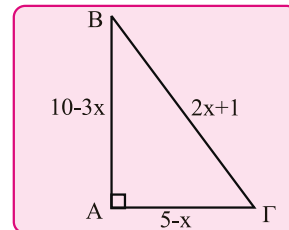
Δίνονται οι ανισώσεις:  $2(x+4)-(x+6) < 12-x$  και  $2x + \frac{x}{6} + \frac{5}{3} \geq 2(1+x)$ .

- α. Να λυθεί η ανίσωση:  $2(x+4)-(x+6) < 12-x$ .
- β. Να λυθεί η ανίσωση:  $2x + \frac{x}{6} + \frac{5}{3} \geq 2(1+x)$ .
- γ. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων.

**Άσκηση 2η**

Η περίμετρος του διπλανού τριγώνου είναι 12.

- α. Να αποδειχθεί ότι  $x = 2$ .
- β. Για  $x = 2$  να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
- γ. Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας  $\hat{B}$  για  $x = 2$ .

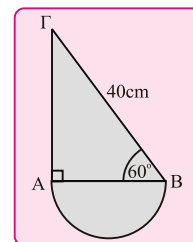


**Άσκηση 3η**

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με  $\hat{A} = 90^\circ$  και το ημικύκλιο έχει διάμετρο την ΑΒ.

Εάν  $\hat{B} = 60^\circ$  και  $BΓ = 40\text{cm}$ , τότε:

- α. Να αποδειχθεί ότι η ΑΒ είναι 20cm και η ΑΓ είναι  $20\sqrt{3}$  cm.
- β. Να βρεθεί η περίμετρος του γραμμοσκιασμένου σχήματος.
- γ. Να βρεθεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος.



Δίνεται ότι  $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}$

**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1ο**

**α.** Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού  $a$ ;

**β.** Για τους αριθμούς  $a, x$  ισχύει:  $\sqrt{a} = x$ .

Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

1. Ο  $a$  είναι:

**A.** θετικός ή μηδέν **B.** αρνητικός ή μηδέν **Γ.** οποιοσδήποτε αριθμός

2. Ο  $x$  είναι:

**A.** αρνητικός ή μηδέν **B.** οποιοσδήποτε αριθμός **Γ.** θετικός ή μηδέν

3. Ισχύει η σχέση:

**A.**  $x^2 = a$  **B.**  $a^2 = x$  **Γ.**  $x^2 = a^2$

**γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

1. Αν  $\sqrt{x} = 5$  τότε  $x = 10$ .

2. Η τετραγωνική ρίζα του μηδενός δεν ορίζεται.

3. Αν  $a \geq 0$ , τότε  $(\sqrt{a})^2 = a$ .

4. Η σχέση  $\sqrt{(-5)^2} = 5$  είναι αδύνατη.

**Θέμα 2ο**

**α.** Πότε μια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο; Να σχεδιάσετε σε κύκλο  $(O, \rho)$  μια εγγεγραμμένη γωνία  $\hat{x}Ay$  που να βαίνει στο τόξο  $B\Gamma$ , την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία καθώς και τη σχέση μεταξύ των γωνιών αυτών.

**β.** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις και να τις μεταφέρετε στο γραπτό σας:

1. Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι

- .....
2. Η κεντρική γωνία  $\omega$  ενός κανονικού  $n$ -γώνου είναι ίση με  
.....
  3. Η γωνία  $\phi$  ενός κανονικού  $n$ -γώνου είναι ..... της  
κεντρικής γωνίας  $\omega$  του  $n$ -γώνου.
  4. Η αναλογία που εκφράζει τη σχέση των μοιρών με τα ακτίνια  
είναι .....

**γ.** Να μεταφέρετε στο γραπτό σας συμπληρωμένο τον πίνακα,  
αντιστοιχίζοντας κάθε έκφραση της στήλης Α με μία της στήλης Β.

A	B	Γ	Δ

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
A. μήκος κύκλου ακτίνας $\rho$	1. $2\pi\rho \cdot \frac{\mu}{180^\circ}$
B. μήκος τόξου $a$ rad κύκλου ακτίνας $\rho$	2. $\pi\rho^2$
Γ. εμβαδόν κυκλικού δίσκου ακτίνας $\rho$	3. $\pi\rho^2 \cdot \frac{\mu}{360^\circ}$
Δ. εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας $\mu^\circ$ κύκλου ακτίνας $\rho$	4. $\frac{1}{2}a\rho^2$
	5. $2\pi\rho$
	6. $2\pi\rho^2 \cdot \frac{\mu}{360^\circ}$
	7. $a\rho$

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1η**

Δίνονται: η ανίσωση  $6 - \frac{5(2\lambda - 1)}{2} \leq 1 - \lambda$  και η υπερβολή  $y = \frac{6 - 3(\lambda - 1)}{x}$

- α. Να δείξετε ότι οι λύσεις της ανίσωσης είναι οι αριθμοί  $\lambda$  για τους οποίους ισχύει:  $\lambda \geq \frac{15}{8}$ .
- β. Να δείξετε ότι οι κλάδοι της υπερβολής βρίσκονται στο 1ο και 3ο τεταρτημόριο των αξόνων όταν  $\lambda < 3$ .
- γ. Να σχεδιάσετε τις παραστάσεις των δύο λύσεων, των ερωτημάτων (α) και (β), στην ίδια ευθεία των αριθμών και να βρείτε την κοινή ακέραια λύση.

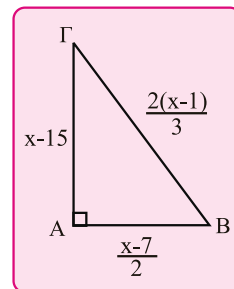
**Άσκηση 2η**

Δίνεται το τρίγωνο του διπλανού σχήματος με

$AB = \frac{x-7}{2}$  cm,  $AG = (x-15)$  cm και  $BG = \frac{2(x-1)}{3}$  cm, όπου

$x$  η λύση της εξίσωσης:

$$\frac{2(x-1)}{3} + \frac{x-7}{2} + x-15 = 48.$$

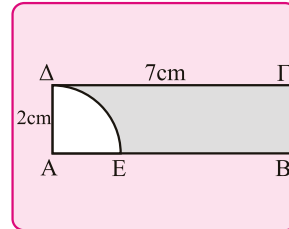


- α. Να λύσετε την εξίσωση και να βρείτε τις πλευρές του τριγώνου όταν η λύση της εξίσωσης είναι ο αριθμός 31.
- β. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{3\epsilon\phi B + 2\eta\mu 30^\circ - 4\sigma\upsilon\nu^2 30^\circ}{5(\eta\mu B - \sigma\upsilon\nu B)\epsilon\phi 45^\circ}$$

### Άσκηση 3η

Στο διπλανό σχήμα το  $AB\Gamma\Delta$  είναι ορθογώνιο με  $A\Delta=2\text{ cm}$  και  $\Gamma\Delta = 7\text{ cm}$ . Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



30

### ΘΕΩΡΙΑ

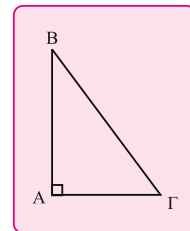
#### Θέμα 1ο

- Να γράψετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού  $a$ .
- Ποια είναι η τετραγωνική ρίζα του 0;
- Ορίζεται η τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

#### Θέμα 2ο

- Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα.
- Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο με  $\hat{A} = 90^\circ$ .

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα, στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.



- $AB^2 + A\Gamma^2 = B\Gamma^2$
- $BA^2 = B\Gamma^2 - A\Gamma^2$
- $B\Gamma^2 + AB^2 = A\Gamma^2$

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1η**

Να λύσετε τις εξισώσεις:

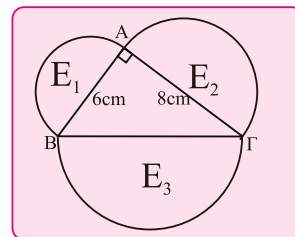
**α.**  $5x-4=3x-8$       **β.**  $\frac{x}{3}+1=\frac{x+3}{3}$       **γ.**  $2(2x-1)=2(x-1)$

και να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**:

- i.** Η εξίσωση α έχει μια λύση.      **ii.** Η εξίσωση β είναι ταυτότητα.
- iii.** Η εξίσωση γ είναι αδύνατη.

**Άσκηση 2η**

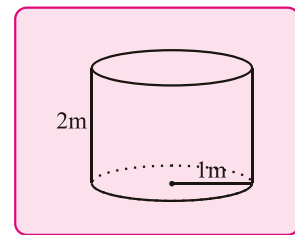
Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, με κάθετες πλευρές  $AB = 6\text{cm}$  και  $AG = 8\text{cm}$ , σχεδιάσαμε εξωτερικά τρία ημικύκλια με διαμέτρους τις πλευρές του, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να υπολογίσετε τα εμβαδά  $E_1, E_2, E_3$  των τριών ημικυκλικών δίσκων και να διαπιστώσετε ότι:



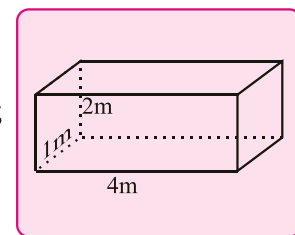
$$E_1 + E_2 = E_3.$$

**Άσκηση 3η**

Στα διπλανά σχήματα σχεδιάσαμε δύο δεξαμενές καυσίμου, μία κυλινδρική με ακτίνα βάσης 1m και ύψος 2m και μία με σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με διαστάσεις βάσης 1m και 4m και ύψος 2m.



- α.** Πόσα  $\text{m}^3$  καύσιμο χωράει η κυλινδρική δεξαμενή;
- β.** Πόσα  $\text{m}^3$  καύσιμο χωράει η άλλη δεξαμενή;
- γ.** Αν γεμίσουμε την κυλινδρική δεξαμενή και την αδειάσουμε στην άλλη μέχρι ποιο ύψος θα φθάσει το καύσιμο;



**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1ο**

- α. Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = ax$  ;
- β. Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = ax + β$  ;
- γ. Πώς λέγεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = \frac{α}{x}$ ,  $α \neq 0$ ;

**Θέμα 2ο**

- α. Ποια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο; (να γίνει και το αντίστοιχο σχήμα)
- β. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα, στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*
  - 1. Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου της.
  - 2. Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.
  - 3. Οι εγγεγραμμένες γωνίες ενός κύκλου που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι μεταξύ τους ίσες.
  - 4. Κάθε επίκεντρη γωνία ισούται με το μισό της εγγεγραμμένης που έχει ίσο αντίστοιχο τόξο.

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1η**

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$2(x-1)-3(4x-2) \leq 6-(5x-8) \quad \text{και} \quad \frac{2(x-2)}{3} - \frac{3-x}{2} < \frac{10-2x}{6}$$

### Άσκηση 2η

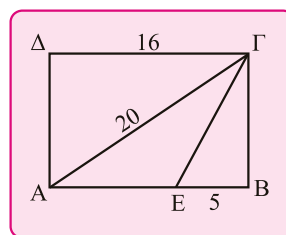
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A}=90^\circ$ ) με μήκη πλευρών  $AB = 8\text{cm}$  και  $A\Gamma = 15\text{m}$ .

- α. Να αποδείξετε ότι  $B\Gamma = 17\text{m}$
- β. Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί  $\epsilon\phi B$ ,  $\eta\mu B$  και  $\sigma\upsilon\nu B$ .
- γ. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A=8\epsilon\phi B\cdot\eta\mu 30^\circ + 17\cdot\eta\mu B\epsilon\phi 45^\circ - 17\sigma\upsilon\nu B\sigma\upsilon\nu^2 30^\circ$$

### Άσκηση 3η

Στο διπλανό ορθογώνιο παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  η διαγώνιος  $A\Gamma$  είναι  $20\text{m}$ , η πλευρά  $\Delta\Gamma$  είναι  $16\text{m}$  και το ευθύγραμμο τμήμα  $EB$  είναι  $5\text{m}$ .



- α. Να αποδείξετε ότι  $A\Delta = 12\text{cm}$ .
- β. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου  $A\Gamma E$  είναι  $44\text{cm}$ .
- γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $A\Gamma E$ .

50

## ΘΕΩΡΙΑ

### Θέμα 1ο

- α. Έστω ότι έχουμε μια συνάρτηση με την οποία ένα μέγεθος  $y$  εκφράζεται ως συνάρτηση ενός άλλου μεγέθους  $x$ . Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής ;
- β. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = \frac{\alpha}{x}$ , όπου  $\alpha \neq 0$  λέγεται ..... και αποτελείται από ..... κλάδους που βρίσκονται στο ..... και στο ..... τεταρτημόριο των αξόνων, όταν  $\alpha < 0$ .

- γ. Ποιοι είναι οι άξονες συμμετρίας της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $y = \frac{\alpha}{x}$ , με  $\alpha \neq 0$  και ποιο το κέντρο συμμετρίας της;

**Θέμα 2ο**

**A.** Έστω  $\omega$  μια οξεία γωνία ενός οποιουδήποτε ορθογωνίου τριγώνου. Σε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της στήλης A να αντιστοιχίσετε τον ίσο λόγο του που βρίσκεται στη στήλη B. (Ένας λόγος της στήλης B περισσεύει).

ΣΤΗΛΗ A	ΣΤΗΛΗ B
α. $\eta\mu\omega$	1. $\frac{\text{προσκειμενη καθετη πλευρα της γωνιας } \omega}{\text{υποτεινουσα}}$
β. $\sigma\upsilon\nu\omega$	2. $\frac{\text{απεναντι καθετη πλευρα της γωνιας } \omega}{\text{προσκειμενη καθετη πλευρα της γωνιας } \omega}$
γ. $\epsilon\phi\omega$	3. $\frac{\text{προσκειμενη καθετη πλευρα της γωνιας } \omega}{\text{απεναντι καθετη πλευρα της γωνιας } \omega}$
	4. $\frac{\text{απεναντι καθετη πλευρα της γωνιας } \omega}{\text{υποτεινουσα}}$

**B.** Στο διπλανό σχήμα η γωνία  $\hat{A}$  είναι ορθή. Να χαρακτηρίσετε με  $\Sigma$  (σωστή) ή  $\Lambda$  (λανθασμένη) τις παρακάτω σχέσεις.

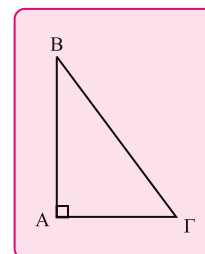
α.  $\eta\mu B = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$

β.  $\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{A\Gamma}{A\Gamma}$

γ.  $\epsilon\phi B = \frac{B\Gamma}{A\Gamma}$

δ.  $\eta\mu\Gamma = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$

ε.  $\epsilon\phi\Gamma = \frac{A\Gamma}{A\Gamma}$



**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1η**

Δίνονται οι ανισώσεις:

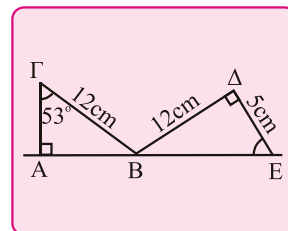
$$4(x-2)+17 > 5+2(x+4) \quad \text{και} \quad \frac{9-x}{4} + 2 \leq 2x-7$$

- α.** Να αποδείξετε ότι η ανίσωση:  
 $4(x-2)+17 > 5+2(x+4)$  παίρνει τη μορφή  $x > 2$  και η ανίσωση  
 $\frac{9-x}{4} + 2 \leq 2x-7$  παίρνει τη μορφή  $x \geq 5$ .
- β.** Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων και να τις παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών.
- γ.** Να βρείτε ποιοι από τους αριθμούς 3, 5 και 7 είναι κοινές λύσεις των ανισώσεων  $x \geq 5$  και  $x > 2$ .

**Άσκηση 2η**

Τα τρίγωνα ABΓ και BΔΕ είναι ορθογώνια με  $BD = 12 \text{ cm}$ ,  $DE = 5 \text{ cm}$  και  $BΓ = 12 \text{ cm}$ .

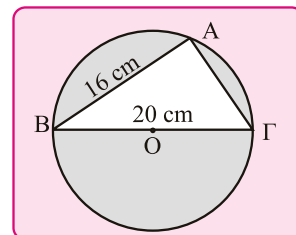
- α.** Να υπολογίσετε:
  - i.** Την πλευρά BE. **ii.** Το  $\sin \hat{E}$  και την  $\epsilon\phi \hat{E}$
- β.** Αν  $\hat{\Gamma} = 53^\circ$ , να υπολογίσετε την απόσταση AE.  
 (Δίνονται  $\eta\mu 53^\circ = 0,8$ ,  $\sigma\upsilon\nu 53^\circ = 0,6$  και  $\epsilon\phi 53^\circ = 1,3$ )



**Άσκηση 3η**

Το σημείο O είναι το κέντρο του κύκλου και το BΓ διάμετρος του.

- α.** Να εξηγήσετε γιατί η γωνία  $\hat{A}$  είναι  $90^\circ$ .
- β.** Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.
- γ.** Να αποδείξετε ότι  $AG = 12 \text{ cm}$  και να υπολογίσετε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1ο**

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

- i. Τετραγωνική ρίζα ενός ..... αριθμού  $a$ , λέγεται ο ..... αριθμός, ο οποίος όταν υψωθεί στο ..... δίνει τον αριθμό .....
- ii.  $\sqrt{0} = \dots\dots$
- iii. Αν  $a \geq 0$ , τότε  $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots$
- iv. Αν  $\sqrt{a} = x$ , όπου  $a \geq 0$ , τότε  $x \dots 0$  και  $x^2 \dots a$

**Θέμα 2ο**

Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα. Στην συνέχεια να κατασκευάσετε το αντίστοιχο σχήμα και να γράψετε την ισότητα του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1η**

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$1-5(2x-3) \geq 3(x+4)-(x+8) \quad \text{και} \quad \frac{2x-1}{3} \geq \frac{x-2}{2}$$

**Άσκηση 2η**

Σε ένα σχολείο με 600 συνολικά μαθητές, στο τέλος της σχολικής χρονιάς, παρατηρήθηκαν οι παρακάτω επιδόσεις: 50 μαθητές πήραν Άριστα, 150 Λίαν Καλώς, 100 Καλώς, 250 Σχεδόν Καλώς και 50 Απορρίφθηκαν. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων %.

**Άσκηση 3η**

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία  $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ . Αν  $B\Gamma = 6$ , τότε:

- i. Να αποδείξετε ότι  $AB = 3$ .
- ii. Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΓ.

7ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

- α. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα. Να δοθεί το σχήμα και να γραφεί η σχέση που ισχύει.
- β. Να διατυπώσετε το αντιστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος.
- γ. Να γραφούν οι τύποι του ημιτόνου, του συνημιτόνου και της εφαπτομένης μίας οξείας γωνίας  $\omega$  ορθογωνίου τριγώνου.

Θέμα 2ο

- α. Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού  $a$ ;
- β. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις:
  - i.  $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$  γιατί  $\dots\dots\dots$
  - ii. Αν  $\sqrt{a} = x$ , όπου  $a \geq 0$ , τότε  $x \dots\dots\dots$  και  $x^2 = \dots\dots\dots$
  - iii. Αν  $a \geq 0$ , τότε  $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

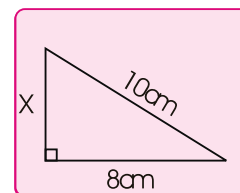
Δίνεται η εξίσωση:  $\frac{5(2x-1)}{6} - 2x + \frac{5x}{4} = \frac{4x+3}{3} - 2$

- α. Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παίρνει τη μορφή:
 
$$2(10x-5) - 24x + 3 \cdot 5x = 4(4x+3) - 24$$
- β. Να λύσετε την εξίσωση:  $2(10x-5) - 24x + 3 \cdot 5x = 4(4x+3) - 24$

Άσκηση 2η

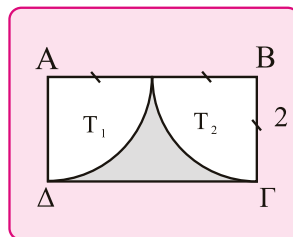
Το τρίγωνο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα είναι ορθογώνιο.

- α. Να αποδείξετε ότι  $x = 6$  cm.
- β. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  $A = \sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} - 2\sqrt{6x}$



**Άσκηση 3η**

Στο διπλανό σχήμα το  $AB\Gamma\Delta$  είναι ορθογώνιο με  $B = 2B\Gamma$  και  $B\Gamma = 2\text{cm}$ . Με κέντρα  $A$  και  $B$  και ακτίνα  $\rho = 2\text{cm}$ , γράφουμε δύο κυκλικούς τομείς  $T_1$  και  $T_2$  γωνίας  $90^\circ$ .



- α. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν  $E_1$  του τομέα  $T_1$  είναι  $E = \pi \text{ cm}^2$ .
- β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος.

**80**

**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1ο**

1. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση των συναρτήσεων:
  - α.  $y = ax$                       β.  $y = ax + \beta$  με  $\beta \neq 0$
2. Να γράψετε στην κόλλα σας την παρακάτω πρόταση σωστά συμπληρωμένη.  
 Στην .....  $y = ax$  ο λόγος  $\frac{y}{x}$  για  $x \neq 0$  είναι πάντα .....  
 ίσος με ..... και ονομάζεται .....

**Θέμα 2ο**

1. Τι λέγεται ημίτονο και τι συνημίτονο μιας οξείας γωνίας  $\omega$  ορθογωνίου τριγώνου;
2. Να δικαιολογήσετε τις ανισότητες  $0 < \eta\mu\omega < 1$  και  $0 < \sigma\upsilon\nu\omega < 1$ .

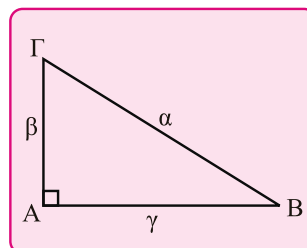
**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1η**

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ η πλευρά

$$\alpha = \sqrt{23 + \sqrt{2} + \sqrt{4}} \text{ και η πλευρά } \beta = \sqrt{\frac{\sqrt{4}}{2} + \sqrt{64}}.$$

- α. Να αποδείξετε ότι:  $\alpha = 5$  και  $\beta = 3$ .
- β. Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΒ.

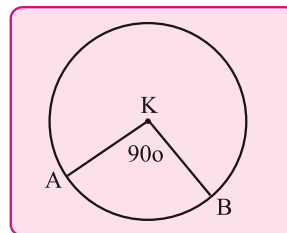


**Άσκηση 2η**

Η ακτίνα του κύκλου (Κ, ρ) είναι:

$$\rho = \sin 30^\circ + 2\eta\mu 30^\circ - \eta\mu 60^\circ.$$

- α. Να αποδείξετε ότι  $\rho = 1$ .
- β. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου ΑΒ γωνίας  $\hat{\mu} = 90^\circ$  του κύκλου (Κ, ρ).



**Άσκηση 3η**

Να λύσετε τις ανισώσεις:  $17 - 4x > 1$  και  $\frac{3x}{2} + 1 \geq 2\frac{(x-1)}{3}$ .

Να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων.

90

**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1ο**

- A. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:
  1. Τετραγωνική ρίζα ενός ..... αριθμού α, λέγεται ο ..... αριθμός, ο οποίος, όταν υψωθεί στο .....,

δίνει τον αριθμό .....

2. Η τετραγωνική ρίζα του θετικού αριθμού  $a$  συμβολίζεται .....
3. Η τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού δεν ορίζεται γιατί .....

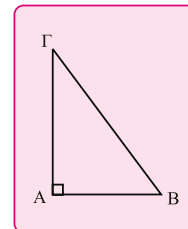
**B.** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω επιλέγοντας στην κόλλα σας τη σωστή απάντηση. Θεωρήστε ότι οι αριθμοί  $a, x$  είναι θετικοί.

1. Αν  $\sqrt{a} = x$  τότε .....  
A.  $a^2 = x$       B.  $a = x^2$       Γ.  $a^2 = x^2$
2.  $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$   
A. 0      B. 1      Γ. Δεν ορίζεται
3.  $\sqrt{-25} = \dots\dots\dots$   
A. -5      B. 5      Γ. Δεν ορίζεται

**Θέμα 2ο**

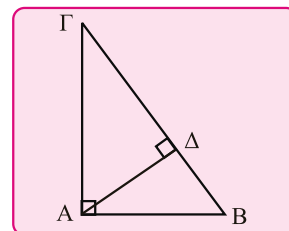
**A.** Στο διπλανό τρίγωνο η γωνία  $\hat{A} = 90^\circ$ .  
Να συμπληρώσετε την παρακάτω πρόταση αφού την μεταφέρετε ολόκληρη στην κόλλα σας:

- Το τρίγωνο είναι ..... με κάθετες πλευρές την ..... και την ..... και υποτείνουσα την .....



**B.** Να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα για το παραπάνω τρίγωνο περιγραφικά (με λόγια) και με αλγεβρική σχέση (τύπο)

**Γ.** Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{A} = 90^\circ$  έχουμε φέρει το ύψος  $A\Delta$  σχηματίζοντας τα ορθογώνια τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $A\Gamma\Delta$ .



Να χαρακτηρίσετε σαν **Σωστές** ή **Λάθος** τις παρακάτω σχέσεις μεταφέροντας τους αριθμούς τους στην κόλλα σας.

1.  $B\Delta^2 + A\Delta^2 = AB^2$
2.  $A\Gamma^2 + A\Delta^2 = \Delta\Gamma^2$
3.  $A\Gamma^2 + AB^2 = \Gamma B^2$

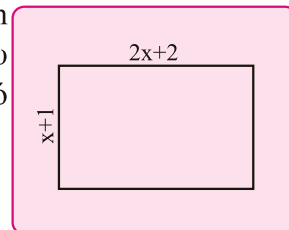
### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

#### Άσκηση 1η

**A.** Σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο το μήκος του είναι 3 cm μεγαλύτερο από το διπλάσιο του πλάτους του. Αν το πλάτος του εκφράζεται με την μεταβλητή  $x$ :

- Να εκφράσετε με μια αλγεβρική παράσταση το μήκος του.
- Αν  $x = 5\text{cm}$ , να βρείτε το εμβαδόν του.

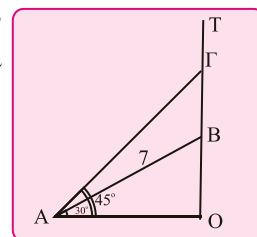
**B.** Αν το πλάτος του ορθογωνίου μεγαλώσει 1 cm και το μήκος του μικρύνει κατά 1 cm, οι πλευρές του ορθογωνίου μας γίνονται όπως φαίνονται στο διπλανό σχήμα:



- Να βρείτε την τιμή του  $x$  έτσι ώστε η περίμετρος του να είναι 18 cm, λύνοντας την κατάλληλη εξίσωση.

#### Άσκηση 2η

Το συρματόσκοινο  $AB$  που στηρίζει τον κατακόρυφο στύλο  $OT$  του διπλανού σχήματος έχει μήκος 7m και σχηματίζει  $30^\circ$  γωνία με το έδαφος.



**A.** Να δείξετε ότι η απόσταση  $OB$  είναι 3,5m.

Επειδή ο τεχνίτης που έστησε τον στύλο θεώρησε ότι δεν στηρίζεται γερά τον στερέωσε και με δεύτερο

συρματόσκοινο  $AG$  το οποίο σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με το έδαφος.

Αν η απόσταση  $AO$  είναι 6m:

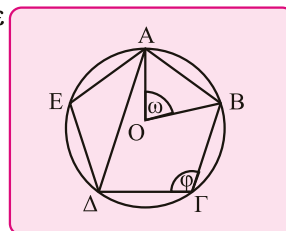
**B.** Να υπολογίσετε το μήκος του νέου συρματόσχοινου  $AG$ .

- Γ.** Να υπολογίσετε την απόσταση των σημείων πρόσδεσης των δυο συρματόσχοινων ΒΓ.

Δίνονται:  $\eta\mu 30^\circ = 0,5$   $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0,86$   $\epsilon\phi 30^\circ = 0,58$   $\eta\mu 45^\circ = 0,7$   $\sigma\upsilon\nu 45^\circ = 0,7$   $\epsilon\phi 45^\circ = 1$

### Άσκηση 3η

Στον κύκλο του διπλανού σχήματος έχουμε εγγεγραμμένο το κανονικό πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ.



- Α.** Να υπολογίσετε την κεντρική γωνία  $\omega$  και την γωνία  $\phi$  του κανονικού πενταγώνου.
- Β.** Να αιτιολογήσετε γιατί το τόξο  $AB = 72^\circ$  και να υπολογίσετε σε μοίρες το τόξο ΑΒΓ και την γωνία ΑΔΓ.
- Γ.** Αν η ακτίνα του κύκλου  $\rho = 5$  cm να υπολογίσετε το μήκος του τόξου ΑΒΓ.

10ο

## ΘΕΩΡΙΑ

### Θέμα 1ο

- Α.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
1. Αν  $a < \beta$ , τότε  $a - \gamma < \beta - \gamma$
  2. Αν  $a > \beta$  και  $\gamma < 0$ , τότε  $a \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$
  3. Ισχύει  $4 \leq 4$
  4. Αν  $a < \beta$  και  $\gamma > 0$ , τότε  $\frac{a}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$
- Β.** Να συμπληρώσετε **τα κενά** ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

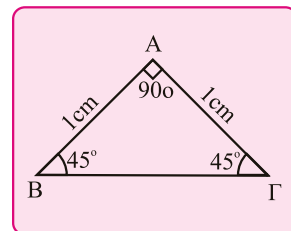
1. Αν  $\alpha > \beta$  και  $\gamma > 0$ , τότε  $\alpha\gamma \dots \beta\gamma$
2. Αν  $\alpha > \beta$ , τότε  $\alpha + \gamma > \beta \dots \dots$
3. Αν  $\alpha > \beta$  και  $\gamma < 0$ , τότε  $\frac{\alpha}{\gamma} \dots \frac{\beta}{\dots}$

**Θέμα 2ο**

**A.** Έστω  $\omega$  οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου. Σε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της στήλης A να αντιστοιχίσετε τον αριθμό που βρίσκεται στη στήλη B. (Ένας αριθμός από τη στήλη B περισσεύει.)

ΣΤΗΛΗ A	ΣΤΗΛΗ B
α. $\eta\mu\omega$	1. $\frac{\text{προσκειμενη καθετη πλευρα}}{\text{υποτεινουσα}}$
β. $\text{συν}\omega$	2. $\frac{\text{προσκειμενη καθετη πλευρα}}{\text{απεναντι καθετη πλευρα}}$
γ. $\epsilon\phi\omega$	3. $\frac{\text{απεναντι καθετη πλευρα}}{\text{υποτεινουσα}}$
	4. $\frac{\text{απεναντι καθετη πλευρα}}{\text{προσκειμενη καθετη πλευρα}}$

**B.** Θεωρούμε ένα ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με γωνίες βάσης  $\hat{B} = \hat{\Gamma} = 45^\circ$  και κάθετες πλευρές  $AB = A\Gamma = 1\text{cm}$ . Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς  $\eta\mu 45^\circ$ ,  $\text{συν} 45^\circ$  και  $\epsilon\phi 45^\circ$



**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

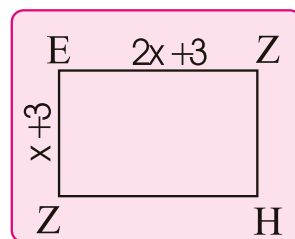
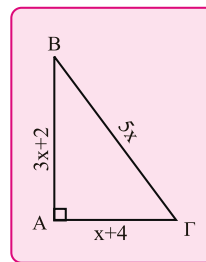
**Άσκηση 1η**

Στα διπλανά σχήματα η περίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ είναι ίση με την περίμετρο του ορθογωνίου παραλληλογράμμου ΕΖΗΔ.

**A.** Να αποδείξετε ότι  $x = 2$ .

**B.** Για  $x = 2$ :

- i. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.
- ii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΔΕΖΗ.



**Άσκηση 2η**

Δίνονται οι ανισώσεις:

$$2(2x+1)-3(x-1)>0, \quad (1) \quad \text{και} \quad \frac{x+1}{2} - \frac{x-2}{3} \geq x - \frac{1}{2}, \quad (2)$$

**A.** Να λύσετε την ανίσωση:  $2(2x+1)-3(x-1)>0$

**B.** Να λύσετε την ανίσωση:  $\frac{x+1}{2} - \frac{x-2}{3} \geq x - \frac{1}{2}$

**Γ.** Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων (1) και (2).

**Άσκηση 3η**

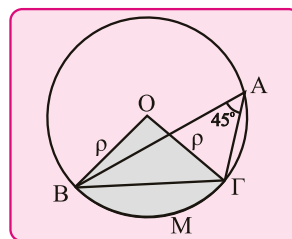
Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ με  $\hat{A}=45^\circ$  είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο κέντρου Ο και ακτίνας  $\rho$ .

**A.** i. Να εξηγήσετε γιατί  $\hat{BOΓ}=90^\circ$

ii. Αν το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος είναι  $\pi \text{ cm}^2$ , τότε να αποδείξετε ότι η ακτίνα του κύκλου είναι  $\rho = 2 \text{ cm}$ .

**B.** Για  $\rho = 2 \text{ cm}$

- i. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΒΟΓ.
- ii. Να βρείτε το μήκος του τόξου ΒΜΓ.



11ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

- α. Ποια ποσά λέγονται ανάλογα;
- β. Με ποια μορφή συνάρτηση εκφράζονται τα ποσά αυτά;
- γ. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής;

Θέμα 2ο

- α. Τι λέει το Πυθαγόρειο Θεώρημα;
- β. Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο. Ποια είναι η σχέση που συνδέει τις πλευρές του;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

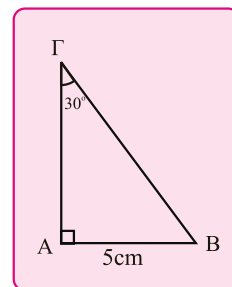
Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{3x-1}{3} - \frac{5x-1}{6} = \frac{x-5}{9} - \frac{x-3}{2}$

Άσκηση 2η

Να υπολογίσετε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης καμπυλόγραμμης επιφάνειας του διπλανού σχήματος, αν το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο πλευράς 4cm.

Άσκηση 3η

Αν στο διπλανό σχήμα, το ΑΒΓ τρίγωνο είναι ορθογώνιο ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) και  $\hat{\Gamma} = 30^\circ$  και  $AB = 5\text{cm}$ . Να υπολογίσετε τις άλλες δύο πλευρές.



12ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

- α. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $ΑΒΓ$  ( $\hat{A}=90^\circ$ ). Να ορισθούν:  
η  $\epsilon\phi B$ , το  $\eta\mu B$ , το  $\sigma\upsilon\nu B$
- β. Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

γωνία	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\eta\mu$			
$\sigma\upsilon\nu$			
$\epsilon\phi$			

Θέμα 2ο

- α. Έστω ότι έχουμε μια συνάρτηση με την οποία ένα μέγεθος  $y$  εκφράζεται ως συνάρτηση ενός άλλου μεγέθους  $x$ . Τι ονομάζεται γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής;
- β. Αν  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  δύο σημεία του επιπέδου, ποιος τύπος υπολογίζει την απόσταση  $AB$ ;
- γ. Πώς λέγεται και από τι αποτελείται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = \frac{\alpha}{x}$  όπου  $\alpha \neq 0$

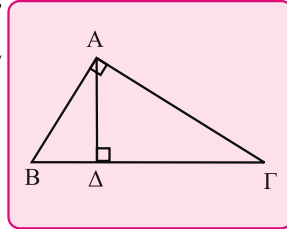
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{5-x}{4} + \frac{x+2}{8} = x$

### Άσκηση 2η

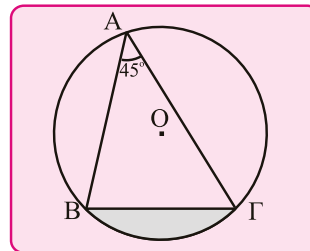
Δύο δοκάρια με μήκη  $AB = 6\text{m}$  και  $AG = 8\text{m}$  έχουν τοποθετηθεί έτσι ώστε να ακουμπούν στο  $A$  και να σχηματίζουν ορθή γωνία.



- α. Να βρεθεί η απόσταση ανάμεσα στα σημεία  $B$  και  $\Gamma$ .
- β. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ .
- γ. Αν  $A\Delta$  ύψος του τριγώνου  $AB\Gamma$  να βρεθεί η περίμετρος του τριγώνου  $A\Delta\Gamma$ .

### Άσκηση 3η

Στο διπλανό σχήμα έχουμε κύκλο  $(O, \rho)$  με  $\rho = 4\text{cm}$  και  $\hat{A} = 45^\circ$ . Να υπολογίσετε:



- α. Το εμβαδόν του τριγώνου  $BO\Gamma$ .
- β. Το εμβαδόν του σκιασμένου κυκλικού τμήματος.
- γ. Το μήκος του τόξου  $B\Gamma$ .

130

## ΘΕΩΡΙΑ

### Θέμα 1ο

- A. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:
  - α. Το μήκος ενός κύκλου ακτίνας  $\rho$  είναι  $L = \dots\dots\dots$
  - β. Το μήκος ενός τόξου  $\mu^\circ$  σε κύκλο ακτίνας  $\rho$  είναι  $S = \dots\dots\dots$
  - γ. Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου ακτίνας  $\rho$  είναι  $E = \dots\dots\dots$

**B.** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

Οι μονάδες μέτρησης του μέτρου ενός τόξου είναι οι δύο;

α. .... και β. ....

**Θέμα 2ο**

**A.** Τι ονομάζουμε εξίσωση; Τι ονομάζουμε λύση της εξίσωσης;

**B.** Να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση της *A'* στήλης του παρακάτω πίνακα στην αντίστοιχη λύση της *B'* στήλης.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
Εξίσωση	Λύση της εξίσωσης
1. $5x = 0$	α. $-2$
2. $2x = 2x$	β. Αδύνατη
3. $-x=2$	γ. $0$
4. $3x-x = 2x-5$	δ. Ταυτότητα

**ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ**

1	2	3	4

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1η**

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

α.  $2(x-1) = 4(x-4)$

β.  $\frac{x-1}{2} = \frac{1+2x}{3}$

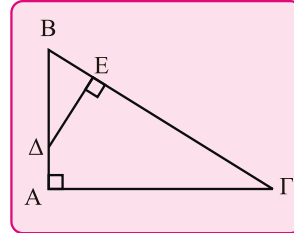
γ.  $\frac{1+x}{2} - \frac{2x-1}{3} = \frac{1+2x}{3} + \frac{1}{2}$

### Άσκηση 2η

Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $\Delta EB$  είναι ορθογώνια με  $\hat{A} = 90^\circ$  και  $\hat{E} = 90^\circ$ . Επιπλέον έχουμε:

$AB = 6\text{cm}$ ,  $A\Gamma = 8\text{cm}$ ,  $A\Delta = 1\text{cm}$ ,  $E\Gamma = 7\text{cm}$ .

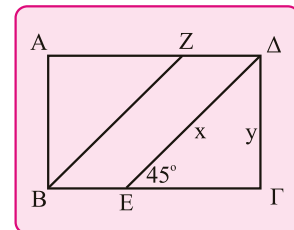
- α. Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων:  
 $B\Gamma$ ,  $BE$  και  $B\Delta$ .
- β. Να υπολογιστεί το τμήμα  $\Delta E$
- γ. Να υπολογιστεί η περίμετρος του τετραπλεύρου  $A\Delta E\Gamma$ .



### Άσκηση 3η

Στο ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  είναι  $B\Gamma = 8\text{cm}$  και  $E\Gamma = 5\text{cm}$ . Αν το  $BE\Delta Z$  είναι παραλληλόγραμμο με  $\hat{\Gamma E\Delta} = 45^\circ$  τότε:

- α. Να υπολογίσετε τα μήκη  $E\Delta = x$  και  $\Delta\Gamma = y$
- β. Να βρεθούν τα εμβαδά των  $AB\Gamma\Delta$  και  $BE\Delta Z$ .



140

## ΘΕΩΡΙΑ

### Θέμα 1ο

- α. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού  $a$ ;
- β. Να εξετάσετε αν ισχύουν οι παρακάτω προτάσεις:

$$\sqrt{-81} = 9 \quad \sqrt{64} = 8 \quad \sqrt{25} = -5 \quad \sqrt{49} = 7$$

### Θέμα 2ο

- α. Να γράψετε τους ορισμούς του ημιτόνου και του συνημιτόνου για μια οξεία γωνία ενός ορθογωνίου τριγώνου.

- β. Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο  $\Delta EZ$  ( $\hat{\Delta}=90^\circ$ ), και να συμπληρώσετε για αυτό τις ισότητες:  
ημE=..... συνE=..... εφE=.....

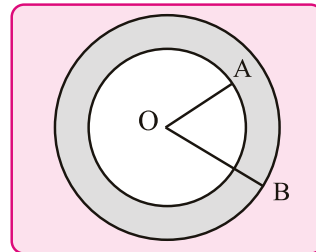
### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

#### Άσκηση 1η

- α. Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{5x}{6} - \frac{3x}{2} = \frac{x+1}{4} - \frac{x-1}{3}$
- β. Να βρείτε αν η λύση της εξίσωσης είναι λύση και της ανίσωσης  $-2x-5 \leq 9$

#### Άσκηση 2η

Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου κυκλικού δακτυλίου στο διπλανό σχήμα  
OA= 4cm και OB= 6cm



#### Άσκηση 3η

Ένα τρίγωνο έχει πλευρές με μήκη 5, x, x+1. Αν το x ικανοποιεί την σχέση  $(x+1)(x+2)=38+x^2$  τότε:

- α. Να υπολογίσετε το x.
- β. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και να βρείτε το μήκος της υποτείνουσας καθώς και το εμβαδόν του.

150

### ΘΕΩΡΙΑ

#### Θέμα 1ο

- α. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα για ένα ορθογώνιο τρίγωνο.
- β. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ. Να ορισθούν οι τριγωνομετρικοί

αριθμοί: ημ, συν, εφ, των οξείων γωνιών του.

### Θέμα 2ο

- α. Δίνεται ένα διάνυσμα με αρχή το σημείο Α και πέρας το σημείο Β.  
Τι ονομάζουμε διεύθυνση, τι φορά, τι μέτρο του διανύσματος ΑΒ;
- β. Πότε δύο διανύσματα λέμε ότι είναι ίσα, πότε αντίθετα;

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

#### Άσκηση 1η

- α. Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{x-2}{4} + x = \frac{x}{2} - \frac{2(1-x)}{3}$
- β. Να λυθεί η παρακάτω ανίσωση και οι λύσεις να παρασταθούν σε άξονα:

$$-3(2x-1) + \frac{2-x}{2} \geq -9$$

#### Άσκηση 2η

Δίνεται κύκλος κέντρου Ο, χορδή ΑΓ = 4cm και έστω ότι το αντίστοιχο τόξο ΑΓ είναι 60°. Αν ΑΒ διάμετρος του κύκλου αυτού τότε:

- α. Να υπολογισθούν οι ΑΒ, ΒΓ καθώς και οι γωνίες Β και Γ.
- β. Αν ΟΒ = 4cm, να υπολογισθεί το Εμβαδόν του κύκλου καθώς και το μήκος του τόξου ΒΓ.

#### Άσκηση 3η

Δίνεται ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων ενός δείγματος μιας μεταβλητής

Μεταβλητή	Συχνότητα
1	8
2	12
3	14
4	6

Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τον παραπάνω πίνακα και:

- α. Να βρεθούν οι σχετικές συχνότητες αυτής της κατανομής.
- β. Να βρεθεί η μέση τιμή του δείγματος αυτού.
- γ. Να βρεθεί η διάμεσος των παρατηρήσεων.

160

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

- A. Ποιο πολύγωνο λέγεται κανονικό;
- B. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:  
Εγγεγραμμένη γωνία σε κύκλο λέγεται η γωνία που η κορυφή της είναι ..... του κύκλου και οι πλευρές της ..... τον κύκλο.  
Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το ..... της επίκεντρης που έχει το ..... αντίστοιχο τόξο.  
Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι .....
- Γ. Να χαρακτηρίσετε με **Σωστό (Σ)** ή **Λάθος (Λ)** τις παρακάτω προτάσεις:
  - α. Το ισοσκελές τρίγωνο είναι κανονικό.
  - β. Η κεντρική γωνία  $\omega$  κανονικού  $n$ -γώνου ισούται με  $\frac{360^\circ}{n}$ .
  - γ. Το τετράγωνο είναι κανονικό πολύγωνο.
  - δ. Το ισόπλευρο τρίγωνο έχει γωνία  $\hat{\varphi} = 120^\circ$ .

Θέμα 2ο

- A. Ποια ποσά λέγονται ανάλογα;
- B. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

Τα ποσά  $x$  και  $y$  της συνάρτησης  $y = ax$  είναι .....

Η γραφική παράσταση της  $y = ax$  διέρχεται από ..... των αξόνων.

Η συνάρτηση  $y = ax + \beta$ ,  $\beta \neq 0$  έχει γραφική παράσταση μια ..... που διέρχεται από το σημείο ..... και είναι παράλληλη στην ευθεία με εξίσωση .....

**Γ.** Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

- α.** Η κλίση της ευθείας  $\epsilon_1: y = -x + 3$  είναι  $-1$ .
- β.** Η ευθεία  $\epsilon_1: y = 2x - 5$  τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο  $2$ .
- γ.** Οι ευθείες  $\epsilon_1: y = 2x - 5$  και  $\epsilon_2: y = 2x$  είναι παράλληλες.
- δ.** Η ευθεία  $\epsilon_1: y = x$  δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1η**

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$4 - 5(x - 2) \geq 13 - 3(x + 1) \qquad \frac{x - 1}{2} > 1 + x$$

**Άσκηση 2η**

Ένα ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει βάση  $B\Gamma = 8$  cm και περίμετρο  $18$  cm. Να βρεθεί το ύψος του, το εμβαδό του καθώς και οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας  $\hat{B}$ .

**Άσκηση 3η**

Δίνεται η ευθεία  $y = 2x - 6$

**α.** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της

<b>x</b>	0	1		
<b>y</b>			0	-2

**β.** Να τη σχεδιάσετε σε ένα σύστημα αξόνων.

17ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

- A.** Να γράψετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού  $a$ .
- B.** Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας ως **Σωστή** ή **Λάθος** καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:
1. Αν ο αριθμός  $a$  είναι θετικός τότε και ο  $\sqrt{a}$  είναι θετικός αριθμός.
  2. Κάθε πραγματικός αριθμός είναι και άρρητος.
  3. Ρητοί είναι οι αριθμοί που μπορούν να γραφούν στη μορφή  $\frac{\mu}{\nu}$  όπου το  $\mu$  είναι ακέραιος και το  $\nu$  φυσικός διαφορετικός του μηδενός.
  4. Για κάθε αριθμό  $a \geq 0$  ισχύει  $\sqrt{a} \geq 0$ .

Θέμα 2ο

- A.** Να γράψετε το αντίστροφο του πυθαγορείου θεωρήματος.
- B.** Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες.
1.  $\frac{\text{απεναντι καθετη πλευρα στη γωνια B}}{\text{υποτεινουσα}} = \dots\dots\dots$
  2.  $\frac{\text{απεναντι καθετη πλευρα στη γωνια B}}{\text{προσκειμενη καθετη πλευρα στη γωνια B}} = \dots\dots\dots$
  3.  $\frac{\text{προσκειμενη καθετη πλευρα στη γωνια B}}{\text{υποτεινουσα}} = \dots\dots\dots$
  4.  $\frac{\eta\mu\omega}{\text{συν}\omega} = \dots\dots\dots$

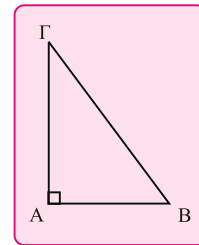
**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1η**

- A.** Να λυθεί η εξίσωση  $\frac{x-2}{3} = \frac{4-2x}{5}$
- B.** Να λυθεί η ανίσωση  $2(x-1) > 5-(3-4x)$

**Άσκηση 2η**

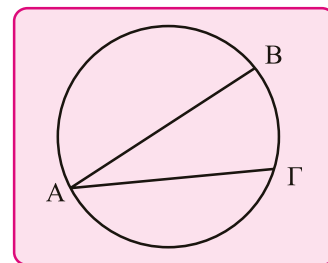
Σε ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) έχουμε  
 $AB = 6 \text{ cm}$  και  $A\Gamma = 8 \text{ cm}$ .



- A.** Να υπολογίσετε το μήκος της υποτείνουσας
- B.** Να υπολογίσετε τα παρακάτω
- |                         |                          |
|-------------------------|--------------------------|
| 1. $\eta\mu B$          | 2. $\sigma\upsilon\nu B$ |
| 3. $\epsilon\phi\Gamma$ | 4. $\epsilon\phi B$ .    |

**Άσκηση 3η**

Στο διπλανό σχήμα η γωνία  $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} = 30^\circ$  και ακτίνα  $\rho = 2$ . Να υπολογίσετε τα παρακάτω



- A.** Πόσες μοίρες είναι το τόξο  $B\Gamma$
- B.** Το μήκος του τόξου  $B\Gamma$

**180**

**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1ο**

- α.** Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού  $a$  ;
- β.** Ποιοι αριθμοί ονομάζονται άρρητοι;

γ. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πραγματικοί ;

### Θέμα 2ο

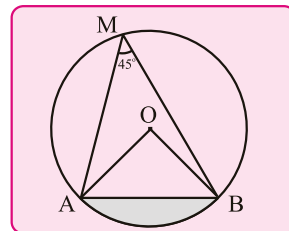
- α. Ποιά γωνία λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο;
- β. Τι γνωρίζετε για την εγγεγραμμένη γωνία, που βαίνει σε ημικύκλιο;
- γ. Τι γνωρίζετε για τις εγγεγραμμένες γωνίες ενός κύκλου που βαίνουν στο ίδιο τόξο;

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

#### Άσκηση 1η

Στο διπλανό σχήμα έχουμε τον κύκλο  $(O, \rho)$  με  $\rho = 2 \text{ cm}$

- α. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $OAB$ .
- β. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου  $OAB$ .
- γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου τμήματος.



#### Άσκηση 2η

Δίνεται η υπερβολή:  $y = \frac{2\lambda + 1}{x}$ .

- α. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$ , ώστε η υπερβολή να βρίσκεται στο 2ο και 4ο τεταρτημόριο.
- β. Αν η υπερβολή διέρχεται από το σημείο  $A(-1, 2)$ , να υπολογίσετε το  $\lambda$ .
- γ. Για  $\lambda = -1, 5$  να βρείτε το σημείο  $B$  της υπερβολής με τετμημένη  $-1$  και να υπολογίσετε την απόσταση των σημείων  $A$  και  $B$ .

#### Άσκηση 3η

Να βρείτε τις κοινές ακέραιες λύσεις των ανισώσεων:

$$\frac{\kappa}{2} - 1 \leq 0 \quad \text{και} \quad \frac{2\kappa - 1}{3} \leq \kappa$$

**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1ο**

- α. Τι ονομάζεται συνάρτηση;
- β. Από ποιον τύπο υπολογίζεται η απόσταση δύο σημείων

$$A(x_1, y_1) \text{ και } B(x_2, y_2);$$

Να βρείτε την απόσταση AB όταν  $A(-2, 1)$  και  $B(2, -2)$

- γ. Να συμπληρώσετε τα κενά:
  - i. Το συμμετρικό του σημείου  $A(x, y)$  ως προς τον άξονα  $x'x$  είναι το σημείο .....
  - ii. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = ax$  είναι μια ..... που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
  - iii. Η ευθεία  $y = 0$  παριστάνει τον άξονα .....
  - iv. Ο αριθμός  $a$  λέγεται ..... της ευθείας  $y = ax + \beta$
  - v. Αν δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, τότε το ..... των αντίστοιχων τιμών τους είναι .....
  - vi. Κάθε σημείο του άξονα  $x'x$  έχει ..... μηδέν ενώ κάθε σημείο του άξονα  $y'y$  έχει ..... μηδέν.
  - vii. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = ax + \beta$ ,  $\beta \neq 0$  είναι μια ..... παράλληλη της ευθείας με εξίσωση ....., που διέρχεται από το σημείο ..... του άξονα  $y'y$ .
  - viii. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = \frac{a}{x}$  όπου  $a \neq 0$  λέγεται ..... και αποτελείται από δύο κλάδους που βρίσκονται στο ..... και ..... τεταρτημόριο των αξόνων, όταν  $a > 0$ .

**Θέμα 2ο**

- α. Τι ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας  $\omega$  ενός ορθογωνίου τριγώνου και τι ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας  $\omega$  ενός ορθογωνίου τριγώνου;
- β. Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A}=90^\circ$ ) είναι  $\epsilon\phi\Gamma = 1$ , ποιο είναι το συμπέρασμά σας για το είδος του τριγώνου; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με  **$\Sigma$  (σωστό)** ή  **$\Lambda$  (λάθος)**
- i.  $\sin 57^\circ < \sin 27^\circ$       ii.  $\eta\mu 60^\circ = 2\eta\mu 30^\circ$
- iii.  $\eta\mu 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$       iv.  $\eta\mu 45^\circ + \sin 45^\circ = 2\sqrt{2}$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

#### Άσκηση 1η

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$-2x - 3(x - 7) > 2(4 - x) - 8 \quad \text{και} \quad \frac{3(x - 1)}{2} - \frac{5x - 3}{4} \leq \frac{1}{2}x - 1$$

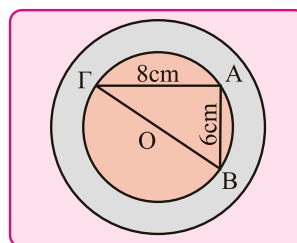
#### Άσκηση 2η

Στο διπλανό σχήμα είναι δύο ομόκεντροι κύκλοι. Η περίμετρος του μεγάλου κύκλου είναι

$$\Gamma_1 = 62,8 \text{ cm} \quad \text{και} \quad A\Gamma = 8 \text{ cm}, \quad AB = 6 \text{ cm}.$$

Να βρείτε:

- i. Την ακτίνα  $\rho_1$  του μεγάλου κύκλου.
- ii. Την ακτίνα  $\rho_2$  του μικρού κύκλου.
- iii. Το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



#### Άσκηση 3η

Η περίμετρος ενός τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι 30 cm, οι δε πλευρές του είναι

$$AB = x - 1, \quad B\Gamma = 2x, \quad A\Gamma = 2x + 1.$$

- α. Να βρείτε τον αριθμό  $x$  και τα μήκη των πλευρών
- β. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

20ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

- α. Ποια λέγεται εγγεγραμμένη γωνία; Να κάνετε και σχήμα.
- β. Τι συνδέει την εγγεγραμμένη γωνία με την αντίστοιχη επίκεντρη;

Θέμα 2ο

- α. Ποια ποσά  $x$  και  $y$  λέγονται ανάλογα;
- β. Τι συνδέει τα ποσά  $x, y$  και τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις:  $6x-12-2(3-x)+8<3x$  και  $x-\frac{3(x+1)}{4}<\frac{2x-1}{3}$

Άσκηση 2η

Δίνονται οι συναρτήσεις  $y = 2x$  και  $y = 2x-3$

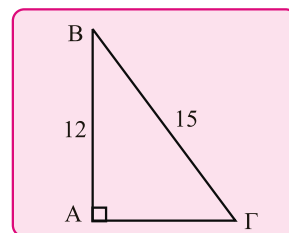
- i. Να κάνετε πίνακα τιμών σε κάθε μία
- ii. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις τους
- iii. Ποια εκφράζει ανάλογα ποσά;

Άσκηση 3η

Στο διπλανό τρίγωνο δίνεται:

$\hat{A} = 90^\circ$ ,  $AB = 12\text{cm}$  και  $B\Gamma = 15\text{cm}$ . Να βρείτε:

- i. Την περίμετρο του  $AB\Gamma$
- ii. Το εμβαδόν του
- iii. Να υπολογίσετε τα:  $\eta\mu B$ ,  $\sigma\upsilon\nu B$ ,  $\epsilon\phi B$ .



21ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{A} = 90^\circ$ .

- i. Να ορίσετε τα:  $\eta\mu B$ ,  $\sigma\upsilon\nu B$ ,  $\epsilon\phi B$
- ii. Υπάρχει οξεία γωνία  $B$  με  $\eta\mu B = 2$ ;  
(Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)
- iii. Να αποδείξετε ότι:  $\epsilon\phi B = \frac{\eta\mu B}{\sigma\upsilon\nu B}$

Θέμα 2ο

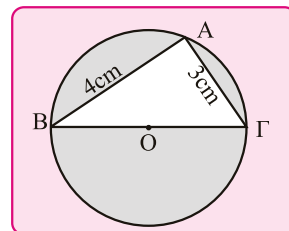
- i. Πότε δύο ποσά  $x$  και  $y$  λέγονται αντιστρόφως ανάλογα;
- ii. Ποια σχέση συνδέει τα ποσά  $x$  και  $y$ ;
- iii. Τι γνωρίζετε για τη γραφική τους παράσταση;  
(Τι είναι; Πώς λέγεται; Σε ποια τεταρτημόρια ανήκει;)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Δίνεται το διπλανό σχήμα. Να βρείτε:

- α. Τη  $B\Gamma$  (διάμετρος)
- β. το τόξο  $B\Gamma$  και
- γ. το συνολικό εμβαδόν των γραμμοσκιασμένων τμημάτων



Άσκηση 2η

- α. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$2(x-1) - 3(2x-2) > 0 \quad \text{και} \quad \frac{x+2}{2} - \frac{2x+4}{4} \leq \frac{3x+6}{6}$$

- β. Να βρεθούν οι κοινές ακέραιες λύσεις των ανισώσεων.

**Άσκηση 3η**

Δίνεται ο πίνακας τιμών για τα ποσά  $x$  και  $y$

$x$	2	3
$y$	6	9

- α. Τι είναι τα ποσά  $x, y$ ; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)
- β. Ποια σχέση συνδέει τα  $x, y$ ;
- γ. Να γίνει η γραφική παράσταση
- δ. Αν  $x = 5$  να βρείτε το  $y$ .

**220**

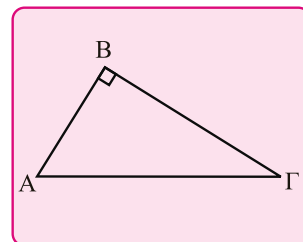
**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1ο**

- i. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:  
Τετραγωνική ρίζα ενός ..... αριθμού  $a$ , λέγεται ο .....  
αριθμός, ο οποίος όταν υψωθεί στο ..... δίνει τον αριθμό .....
- ii. Γιατί δεν ορίζεται ρίζα αρνητικού αριθμού;
- iii. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (**Σ**) αν είναι **σωστές**,  
ή (**Λ**) αν είναι **λανθασμένες**.  
 $(\sqrt{3})^2=9$ ,       $\sqrt{(-5)^2}=5$ ,       $\sqrt{36}=18$ ,       $\sqrt{0,4}=0,2$

**Θέμα 2ο**

- i. Τι λέγεται εφαπτομένη της οξείας γωνίας  $\omega$  ενός ορθογώνιου τριγώνου;
- ii. Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$   
( $\hat{B}=90^\circ$ ). Να συμπληρώσετε τις ισότητες:  
 $\eta\mu A = \dots\dots\dots$ ,  $\sigma\upsilon\nu A = \dots\dots\dots$   
 $\sigma\upsilon\nu \Gamma = \dots\dots\dots$ ,  $\eta\mu \Gamma = \dots\dots\dots$



- iii. Αν  $\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$  και  $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{3}{5}$  τότε  $\epsilon\phi\omega = \dots\dots\dots$

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1η**

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

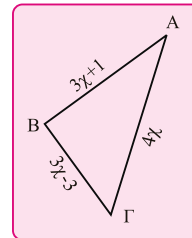
$$\frac{2x-1}{3} > \frac{x-2}{2} \quad \text{και} \quad 1-5(-x+2) < 10x-(3x-1)$$

Στη συνέχεια, να παραστήσετε τις λύσεις στην ίδια ευθεία των αριθμών.

**Άσκηση 2η**

Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο ABΓ έχει περίμετρο 48cm

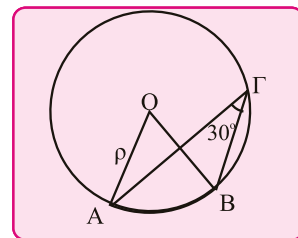
- i. Να βρείτε τον αριθμό x.
- ii. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο.
- iii. Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ σε  $\text{cm}^2$  και σε  $\text{mm}^2$   
(ΑΓ = 4x, AB = 3x + 1, ΒΓ = 3x-3)



**Άσκηση 3η**

Στο διπλανό κύκλο (Ο, ρ) δίδονται  $\widehat{ΑΓΒ} = 30^\circ$  και χορδή  $ΑΒ = \sqrt{10}$  dm. Να υπολογίσετε:

- i. Την γωνία  $\widehat{ΑΟΒ}$  και την ακτίνα ρ.
- ii. Το τόξο ΑΒ σε μοίρες και σε ακτίνα (rad)
- iii. Το εμβαδό του κυκλικού τομέα γωνίας  $\widehat{ΑΟΒ}$  του κύκλου (Ο, ρ)



**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1ο**

- i. Αν  $\omega$  οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου με τι ισούται το  $\sin \omega$  ;
- ii. Με ποιον από τους τρεις αριθμούς  $\left(-0,765, \sqrt{3}, \frac{13}{15}\right)$  μπορεί να ισούται το  $\cos \omega$ ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- iii. Να γράψετε την ισότητα που συνδέει τους τριγωνομετρικούς αριθμούς  $\sin \omega, \cos \omega, \tan \omega$ .

**Θέμα 2ο**

- i. Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού  $a$ .
- ii. Να χαρακτηρίσετε (Σωστό, Λάθος) τις παρακάτω ισότητες:
  - α.  $\sqrt{1} = 1$                       β.  $\sqrt{0} = 0$                       γ.  $\sqrt{-9} = -3$
  - δ.  $\sqrt{16+9} = 7$                       ε.  $\sqrt{(-2)^2} = -2$                       στ.  $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1η**

- α. Να λύσετε την εξίσωση:  $7x - 4 = 2 + 5x$
- β. Ομοίως  $5x - 5(2x - 1) = 10 - 4(1 + x)$
- γ. Να βρείτε τη μικρότερη ακέραια λύση της ανίσωσης

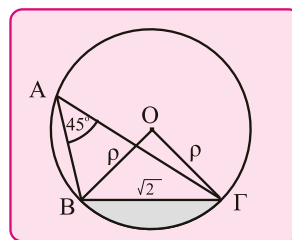
$$ax - \left(\frac{2x}{a} + \beta\right) > 4 - \frac{x}{a - \beta}$$

όπου  $a$  η λύση της πρώτης εξίσωσης και  $\beta$  η λύση της δεύτερης εξίσωσης.

**Άσκηση 2η**

Στο διπλανό σχήμα είναι  $\hat{A} = 45^\circ$  και  $B\Gamma = \sqrt{2}$  cm.

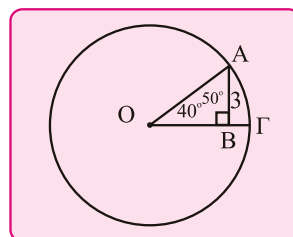
- α. Να βρείτε τη γωνία  $\hat{O}$  του τριγώνου  $OB\Gamma$ .
- β. Να υπολογίσετε την ακτίνα  $\rho$  του κύκλου.
- γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου κυκλικού τμήματος.



**Άσκηση 3η**

Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο ( $\hat{B} = 90^\circ$ ) είναι  $\hat{A} = 50^\circ$  και  $AB = 3\text{cm}$ . Αν  $\text{syn}50^\circ = 0,6$  να βρείτε:

- α. Την ακτίνα  $OA$
- β. Την  $OB$
- γ. Το μήκος της γραμμής  $AB\Gamma$  με στρογγυλοποίηση στο πλησιέστερο δέκατο.



240

**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1ο**

- α. Τι είναι συνάρτηση;
- β. Να συμπληρώσετε τα κενά:  
Η εξίσωση  $y = ax$  είναι ..... και διέρχεται από .....
- γ.
  - i. Το σημείο με  $y = 0$  βρίσκεται στον  $A: x'x$   $B: y'y$
  - ii. Να εξετάσετε αν ( $\mu > 0$  και  $\nu < 0$ ) ή ( $\mu < 0$  και  $\nu > 0$ ) όπου  $A(\mu, \nu)$  σημείο του δ' τεταρτημορίου.
  - iii. Η εξίσωση  $y = \frac{a}{x}$  ( $x \neq 0$ ) είναι υπερβολή ή ευθεία;
  - iv. Πώς βρίσκουμε την κλίση ευθείας;  $\frac{y}{x} = ;$  ή  $\frac{x}{y} = ;$
  - v. Αν  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  τότε  $(AB) = .....$
  - vii. Η  $y = ax + \beta$  με  $\beta \neq 0$  τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο  $(0, \beta)$  ή  $(\beta, 0)$

**Θέμα 2ο**

- α. Διατυπώστε το Πυθαγόρειο θεώρημα.
- β. Σχεδιάστε ορθογώνιο τρίγωνο  $\Delta EZ$  ( $\hat{E} = 90^\circ$ ) και γράψτε τη σχέση που ισχύει ανάμεσα στις πλευρές  $\Delta E, EZ, ZE$  του τριγώνου  $\Delta EZ$ .

- γ. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α.
- δ. Πώς ορίζονται τα ημω, συνω, εφω, οξείας γωνίας, ορθογωνίου τριγώνου;

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

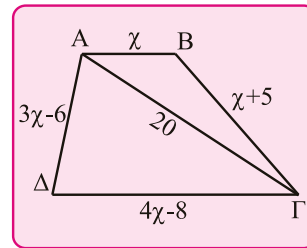
**Άσκηση 1η**

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις  $3(2-3x) \leq 4-2(6x-1)$  και  $4-\frac{2-3x}{4} > \frac{4x-3}{2}$

**Άσκηση 2η**

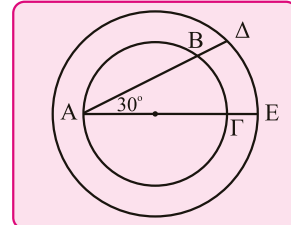
Δίνεται η περίμετρος του διπλανού σχήματος η οποία είναι ίση με 45. Να βρείτε:

- α. Το x
- β. Να εξετάσετε αν τα τρίγωνα ΑΔΓ, ΑΒΓ είναι ορθογώνια
- γ. το εμβαδόν του ΑΒΓΔ



**Άσκηση 3η**

- α. Να βρείτε τα τόξα ΑΒ και ΔΕ σε μοίρες
- β. Αν  $l_{\text{τοξου } AB} = l_{\text{τοξου } \Delta E}$  να βρείτε το μήκος του τόξου ΑΒ αν ΑΓ = 6cm
- γ. Εμβαδόν δακτυλίου



**250**

**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1ο**

- α. Πώς προσθέτουμε δύο ρητούς αριθμούς;
- β. Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο ρητούς αριθμούς;
- γ. Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι και πότε αντίθετοι;
- δ. Να βρείτε τον αριθμό x ώστε οι αριθμοί  $(2x-2)$  και  $-2$  να είναι:
  - i. αντίστροφοι
  - ii. αντίθετοι

**Θέμα 2ο**

A. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ισότητες:

α.  $a^μ \cdot a^ν = \dots\dots\dots$     β.  $a^μ : a^ν = \dots\dots\dots$     γ.  $(aβ)^ν = \dots\dots\dots$

δ.  $a^ν : β^ν = \dots\dots\dots$     ε.  $(a^μ)^ν = \dots\dots\dots$

όπου α, β ρητοί αριθμοί και μ, ν ακέραιοι.

B. Αν  $γ \cdot δ > 0$  και  $γ^3 \cdot δ^2 < 0$  τι συμπέρασμα βγάζεται για τους αριθμούς γ, δ.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1η**

α. Να λυθεί το παρακάτω σύστημα των ανισώσεων:

$$\frac{2x}{3} + 2 \geq x - \frac{2x-4}{3} \quad \text{και} \quad \frac{2x}{3} - \frac{1}{3} > \frac{3x}{4} - \frac{3}{4}$$

β. Να βρεθούν οι ακέραιες λύσεις του παραπάνω συστήματος των ανισώσεων.

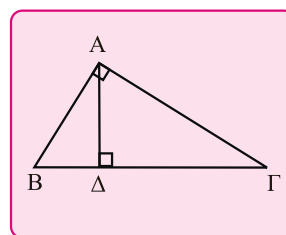
**Άσκηση 2η**

Το διπλανό τρίγωνο είναι ορθογώνιο στο Α.  
 ( $\hat{A} = 90^\circ$ ). Η πλευρά  $AB = 15m$  και η  $AG = 20m$

Να βρεθούν:

α. Η υποτείνουσα ΒΓ    β. Το ύψος ΑΔ

γ. Τα τμήματα ΒΔ και ΔΓ



**Θέμα 3ο**

Στο διπλανό κύκλο παίρνουμε διαδοχικά τα τόξα  
 $AB = x + 10^\circ$ ,  $BΓ = x + 30^\circ$ ,  $ΓΔ = 3x - 50^\circ$ ,  $ΔΑ = x + 10^\circ$

α. Να βρεθεί το x και τα μέτρα των παραπάνω τόξων.

β. Να εξηγήσετε γιατί οι χορδές AB και ΑΔ είναι ίσες.

γ. Να βρεθεί πόσες μοίρες είναι κάθε μία από τις γωνίες του τετραπλεύρου.

