"ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΠΡΩΤΟΠΑΠΑ"

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α' γυμνασίου

"ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΠΡΩΤΟΠΑΠΑ"

Καλή Επιτυχία

"Ο άνθρωπος μοιάζει με ένα κλάσμα που έχει
ως αριθμητή αυτό που πραγματικά είναι και
παρονομαστή αυτό που νομίζει ότι είναι
και όπως είναι γνωστό
οσο μεγαλύτερος είναι ο παρονομαστής τόσο το κλάσμα είναι μικρότερο"

Λέων Τολστόι

Π Ρ Ο Λ Ο Γ Ο Σ

Περιέχει ανα κεφάλαιο:

- Μια πλήρη ανασκόπηση της θεωρίας και των τύπων (με βάση το σχολικό βιβλίο)
- **Ερωτήσεις Θεωρίας** για τον τελικό έλεγχο.
- **Τι πρέπει να προσέξετε από**
  Θεωρία- Ασκήσεις-Παραδείγματα-Εφαρμογές του σχολικού βιβλίου.

Επίσης δίνονται (εφόλης της ύλης)

- **S.O.S ΘΕΜΑΤΑ**
  - **Θέματα Θεωρίας** για τις προαγωγικές εξετάσεις του Μαίου
  - **Τύποι Ασκήσεων** για τις προαγωγικές εξετάσεις του Μαίου.
- Μια συλλογή ασκήσεων για λύση (με τις απαντήσεις τους) η οποία καλύπτει τις απαιτήσεις των εξετάσεων για την **τελική επανάληψη.**

Ακολουθούν:

- **25 Θέματα προαγωγικών εξετάσεων Μαiου**
  που τέθηκαν σε διάφορα γυμνάσια
  (δημόσια - ιδιωτικά)

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο ΟΙ ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α.1.1. Φυσικοί αριθμοί-Διάταξη φυσικών-Στρογγυλοποίηση

- Οι αριθμοί 0,1,2,3,4,......... ονομάζονται **φυσικοί αριθμοί**.
- **Άρτιοι** λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που διαιρούνται με το 2 και **περιττοί** εκείνοι που δεν διαιρούνται με το 2.
- Α**ριθμητική παράσταση** λέγεται κάθε σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα των πράξεων.
- Η σειρά με την οποία πρέπει να κάνουμε τις πράξεις σε μία αριθμητική παράσταση (προτεραιότητα των πράξεων) είναι η ακόλουθη:

1. Υπολογισμός **δυνάμεων**.
2. Εκτέλεση **πολλαπλασιασμών** και **διαιρέσεων**.
3. Εκτέλεση **προσθέσεων** και **αφαιρέσεων**.

Αν υπάρχουν **παρενθέσεις**, εκτελούμε **πρώτα τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις** με την παραπανω σειρά.

Α.1.4. Ευκλείδεια διαίρεση - Διαιρετότητα

- Όταν δοθούν δύο φυσικοί αριθμοί Δ και δ, τότε υπάρχουν δύο άλλοι φυσικοί αριθμοί π και υ, έτσι ώστε να ισχύει:

$$\Delta=\delta\cdot\pi+\upsilon$$

- Ο αριθμός **Δ** λέγεται **διαιρετέος,** ο **δ** λέγεται **διαιρέτης**, ο αριθμός **π** ονομάζεται **πηλίκο** και το **υ υπόλοιπο** της διαίρεσης.
- Το **υπόλοιπο** είναι αριθμός πάντα **μικρότερος** του **διαιρέτη**.
- Η διαίρεση της παραπάνω μορφής λέγεται **Ευκλείδεια διαίρεση.**

➢ Αν το υπόλοιπο υ είναι 0 τότε λέμε ότι έχουμε μία **Τέλεια Διαίρεση** οπότε

$$\Delta = \delta \cdot \pi$$

Α.1.5. Χαρακτήρες διαιρετότητας-Μ.Κ.Δ-Ε.Κ.Π-Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

➢ **Πολλαπλάσια** ενός φυσικού αριθμού **α** είναι οι αριθμοί που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του με όλους τους φυσικούς αριθμούς.

- Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσιά του.
- Κάθε φυσικός που διαιρείται από έναν άλλο είναι πολλαπλάσιό του.
- Αν ένας φυσικός διαιρεί έναν άλλον θα διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του.

➢ Το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσοτέρων αριθμών που δεν είναι μηδέν το ονομάζουμε **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ)** των αριθμών αυτών.

➢ **Διαιρέτες** ενός φυσικού αριθμού **α** λέγονται όλοι οι αριθμοί που τον διαιρούν.

➢ Κάθε αριθμός α έχει διαιρέτες τους αριθμούς 1 και α.

➢ Ένας αριθμός που έχει **διαιρέτες** μόνο τον **εαυτό του** και το 1 λέγεται **πρώτος αριθμός**, διαφορετικά λέγεται **σύνθετος**.

➢ Δύο φυσικοί αριθμοί α και β μπορεί να έχουν κοινούς διαιρέτες. Ο μεγαλύτερος από αυτούς ονομάζεται **Μέγστος Κοινός Διαιρέτης (**ΜΚΔ) των α και β και συμβολίζεται **ΜΚΔ(α, β)**.

➢ Δύο αριθμοί **α** και **β** λέγονται **πρώτοι** μεταξύ τους αν είναι **ΜΚΔ(α, β)=1.**

Κριτήρια διαιρετότητας

➢ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με **10** αν λήγει σε ένα μηδενικό.

➢ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το **2** αν το **τελευταίο** ψηφίο είναι **0, 2, 4, 6, 8**.

➢ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5 αν λήγει σε **0** ή **5**.

- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το **3** ή το **9**, άν το **άθροισμα** των ψηφίων του διαιρείται με το **3** ή το **9** αντίστοιχα.
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το **4** ή το **25**, αν τα δύο τελευταία ψηφία του σχηματίζουν αριθμό που διαιρείται με το **4** ή **25** αντίτοιχα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Α.2.1. Η έννοια του κλάσματος

- Όταν ένα μέγεθος ή ένα σύνολο ομοειδών αντικειμένων χωριστεί σε ν ίσα μέρη, το κάθε ένα από αυτά ονομάζεται νιοστό και συμβολίζεται με το $\frac{1}{\nu}$.
- Κάθε τμήμα του μεγέθους ή του συνόλου αντικειμένων, που αποτελείται από κ τέτοια ίσα μέρη, συμβολίζεται με το κλάσμα $\frac{\kappa}{\nu}$ και διαβάζεται << κάπα νιοστά>>.
- Η έννοια του κλάσματος επεκτείνεται και στην περίπτωση που ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή. Τότε το κλάσμα είναι μεγαλύτερο από το 1.

Α.2.2. Ισοδύναμα κλάσματα

- Δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ λέγονται **ισοδύναμα** όταν εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους ή ίσων μεγεθών. Επειδή ακριβώς εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους είναι και ίσα και γράφουμε: $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$
- Αν δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμα τότε τα

  ‘‘χιαστί γινόμενα’’ $\alpha \cdot \delta$ και $\beta \cdot \gamma$ είναι ίσα. Δηλαδή:

αν $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}$ τότε: $\boldsymbol{\alpha\cdot\delta=\beta\cdot\gamma}$

Για να κατασκευάσουμε ισοδύναμα κλάσματα ή για να διαπιστώσουμε ότι δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα, μπορούμε να εφαρμόζουμε τους παρακάτω κανόνες:

- Όταν **πολλαπλασιαστούν** οι όροι ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$) προκύπτει κλάσμα **ισοδύναμο**.
- Όταν οι όροι ενός κλάσματος **διαιρεθούν** με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$) προκύπτει κλάσμα **ισοδύναμο**.
- Η διαδικασία αυτή λέγεται **απλοποίηση του κλάσματος** και έχει ως αποτέλεσμα ένα κλάσμα ισοδύναμο με το αρχικό με μικρότερους όρους.
- Το κλάσμα εκείνο που **δεν** μπορεί να **απλοποιηθεί** (δεν υπάρχει κοινός διαιρέτης αριθμητή και παρονομαστή) λέγεται **ανάγωγο**.
- Όταν δύο ή περισσότερα κλάσματα έχουν τον **ίδιο παρονομαστή** λέγονται **ομώνυμα** και όταν έχουν **διαφορετικούς** παρονομαστές λέγονται **ετερώνυμα**.

Α.2.3. Σύγκριση κλασμάτων

Γενικά, για τη σύγκριση κλασμάτων ισχύουν τα εξής:

- Από δύο **ομώνυμα** κλάσματα, εκείνο που έχει τον **μεγαλύτερο αριθμητή** είναι **μεγαλύτερο**.
- Για να συγκρίνουμε ετερώνυμα κλάσματα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και συγκρίνουμε τους αριθμητές τους.
- Από δύο κλάσματα με τον **ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο** είναι εκείνο με τον **μικρότερο** παρονομαστή.

Α.2.4. Πρόσθεση και Αφαίρεση κλασμάτων

Γενικά, για την πρόσθεση και την αφαίρεση κλασμάτων ισχύουν τα εξής:

- **Προσθέτουμε δύο ή περισσότερα ομώνυμα** κλάσματα προσθέτοντας τους αριθμητές τους.

$$\frac{\alpha}{\gamma}+\frac{\beta}{\gamma}=\frac{\alpha+\beta}{\gamma}$$

- **Προσθέτουμε ετερώνυμα** κλάσματα αφού πρώτα τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα.
- **Αφαιρούμε δύο ομώνυμα** κλάσματα αφαιρώντας τους αριθμητές τους.

$$\frac{\alpha}{\gamma}-\frac{\beta}{\gamma}=\frac{\alpha-\beta}{\gamma}$$

- Αφαιρούμε δύο ετερώνυμα κλάσματα αφού τα μετατρέψουμε πρώτα σε ομώνυμα.
- Μερικές φορές αντί να γράφουμε $1+\frac{4}{5}$, γράφουμε πιο απλά $1\frac{4}{5}$.
- Ο συμβολισμός αυτός, που παριστάνει το άθροισμα ενός **ακέραιου** με ένα **κλάσμα** μικρότερο της μονάδας, ονομάζεται **μεικτός αριθμός**.

Α.2.5. Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

Από τα παραπάνω μπορούμε να διατυπώσουμε τον ακόλουθο κανόνα:

- Το γινόμενο **δύο κλασμάτων είναι το** κλάσμα που έχει αριθμητή το **γινόμενο των αριθμητών** και παρονομαστή **το γινόμενο των παρονομαστών**.

$$\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\gamma}{\delta}=\frac{\alpha\cdot\gamma}{\beta\cdot\delta}$$

➢ Το γινόμενο ενός **φυσικού αριθμού** επί ένα **κλάσμα** είναι το κλάσμα με αριθμητή το **γινόμενο του αριθμητή επί τον φυσικό αριθμό** και με τον ίδιο παρονομαστή.

$$\lambda \cdot \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\lambda \cdot \alpha}{\beta}$$

- Τα κλάσματα που έχουν **γινόμενο 1** λέγονται **αντίστροφα**.
- Επειδή $\frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\delta}{\gamma} = 1$ τα κλάσματα $\frac{\gamma}{\delta}$ και $\frac{\delta}{\gamma}$ είναι **αντίστροφα**.

➢ Ισχύουν όλες οι ιδιότητες των πράξεων των φυσικών αριθμών στα κλάσματα.

- **Το 1 δεν μεταβάλλει το γινόμενο**

$$1 \cdot \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot 1 = \frac{\alpha}{\beta}$$

- **Αντιμεταθετική**

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\alpha}{\beta}$$

- **Προσεταιριστική**

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\varepsilon}{\zeta}\right) = \left(\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta}\right) \cdot \frac{\varepsilon}{\zeta}$$

- **Επιμεριστική**

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\frac{\gamma}{\delta} + \frac{\varepsilon}{\zeta}\right) = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} + \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\varepsilon}{\zeta}$$

$$\frac{\alpha}{\beta}\cdot\left(\frac{\gamma}{\delta}-\frac{\varepsilon}{\zeta}\right)=\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\gamma}{\delta}-\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\varepsilon}{\zeta}$$

Α.2.6. Διαίρεση κλασμάτων

Για να διαιρέσουμε δύο φυσικούς αριθμούς αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τον διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

$$\alpha:\beta=\alpha\cdot\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha}{\beta}$$

Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τον διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

$$\frac{\alpha}{\beta}:\frac{\gamma}{\delta}=\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\delta}{\gamma}$$

Ένα κλάσμα, του οποίου ένας τουλάχιστον όρος του είναι κλάσμα, ονομάζεται σύνθετο κλάσμα.

$$\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}}=\frac{\alpha\cdot\delta}{\beta\cdot\gamma}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α.3.1. Δεκαδικά κλάσματα – Δεκαδικοί αριθμοί – Διάταξη δεκαδικών αριθμών – Στρογγυλοποίηση

Δεκαδικό κλάσμα λέγεται το κλάσμα που έχει παρονομαστή **μια δύναμη** του 10.

Σε κάθε δεκαδικό αριθμό διακρίνουμε το **ακέραιο μέρος** και το **δεκαδικό μέρος** του. Αυτά διαχωρίζονται απο την **υποδιαστολή**.

Για να **στρογγυλοποιήσουμε** ένα δεκαδικό αριθμό:

- Προσδιορίζουμε τη δεκαδική τάξη στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση.

Εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης.

- Αν αυτό είναι **μικρότερο του 5,** το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων **μηδενίζονται**.
- Αν είναι **μεγαλύτερο ή ίσο του 5**, το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται και το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης **αυξάνεται κατά 1**.

Α.3.2. Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς – Δυνάμεις με βάση δεκαδικό αριθμό

➢ Η **Πρόσθεση** και η **Αφαίρεση** δεκαδικών αριθμών γίνεται, όπως και στους φυσικούς αριθμούς.

- Προσθέτουμε ή αφαιρούμε τα ψηφία της ίδιας τάξης, τοποθετώντας τους αριθμούς, τον ένα κάτω από τον άλλο έτσι, ώστε οι υποδιαστολές να γράφονται στην ίδια στήλη.

➢ Ο **Πολλαπλασιασμός** δεκαδικών αριθμών γίνεται, όπως και των φυσικών αριθμών.

- Τοποθετούμε στο αποτέλεσμα της πράξης την υποδιαστολή τόσες θέσεις από τα δεξιά προς τα αριστερά, όσα είναι συνολικά τα ψηφία στα δεκαδικά μέρη και των δύο παραγόντων.

➢ Η **Διαίρεση δεκαδικού αριθμού ή με δεκαδικό αριθμό** γίνεται, όπως και η ευκλείδεια διαίρεση.

- Πολλαπλασιάζουμε το διαιρέτη και το διαιρετέο με την κατάλληλη δύναμη του 10 έτσι, ώστε ο διαιρετέος να γίνει φυσικός αριθμός.
- Όταν εξαντληθεί το ακέραιο μερος του διαιρετέου, ‘‘κατεβάζουμε’’ το μηδέν, ως πρώτο δεκαδικό ψηφίο από τον διαιρετέο και τοποθετούμε στο πηλίκο υποδιαστολή.
- Όταν πολλαπλασιάζουμε με **0,1, 0,01**, ... ή όταν διαιρούμε ένα δεκαδικό αριθμό με **10, 100, 1000**, ... μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα **αριστερά μία, δύο, τρεις** ... αντίστοιχα θέσεις.

➢ Όταν πολλαπλασιάζουμε ένα δεκαδικό αριθμό με **10, 100, 1000** ... μεταφέρουμε την υποδιαστολή του αριθμού προς τα **δεξιά μία, δύο, τρεις**, ... θέσεις αντίστοιχα.

Οι **δυνάμεις** των **δεκαδικών αριθμών** έχουν τις ιδιότητες των δυνάμεων των φυσικών αριθμών.

Α.3.4. Τυποποιημένη μορφή μεγάλων αριθμών

➢ Ένας μεγάλος αριθμός μπορεί να γραφεί στη μορφή $\alpha \cdot 10^{\nu}$, δηλαδή ως γινόμενο ενός αριθμού **α** επί μια δύναμη του **10**. Τη μορφή αυτή την ονομάζουμε **τυποποιημένη**. Ο αριθμός **α** είναι ένας **δεκαδικός** αριθμός με ακέραιο ψηφίο **μεγαλύτερο ή ίσο του 1 και μικρότερο του 10**.

Α.3.5. Μονάδες μέτρησης

Μονάδες Μέτρησης	Υποδιαιρέσεις	Πολλαπλάσια
Μήκους:	το μέτρο (m)	
	$1m=10dm=10^2cm=10^3mm$	$1km=10^3m$
Επιφάνειας:	το τετραγωνικό μέτρο (m^2)	
	$1m^2=10^2dm=10^4cm=10^6mm^2$	1 στρέμα $=10^3m^2$
Όγκου:	το κυβικό μέτρο (m^3)	
	$1m^3=10^3dm^3=10^6cm^3=10^9mm^3$	$1lt=0{,}01m^3$

Χρόνου: το δευτερόλεπτο (s)

1min=60s, 1h=3.600s

Μάζας: το χιλιόγραμμο (Kg)

$1Kg=10^3 gr=10^6 mg$ $1t=10^3 Kg$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Α.4.1. Η έννοια της εξίσωσης

- **Εξίσωση με έναν άγνωστο** είναι μία ισότητα, που περιέχει αριθμούς και ένα γράμμα (άγνωστος).
- **Λύση ή ρίζα της εξίσωσης** είναι ο αριθμός που, όταν αντικαταστήσει τον άγνωστο, επαληθεύει την ισότητα.
- Η διαδικασία, μέσω της οποίας, βρίσκουμε τη λύση της εξίσωσης, λέγεται **επίλυση της εξίσωσης**.
- Μια εξίσωση λέγεται **ταυτότητα ή αόριστη**, όταν όλοι οι αριθμοί είναι λύσεις της.
- Μια εξίσωση λέγεται **αδύνατη**, όταν κανένας αριθμός δεν την επαληθεύει.

Α.4.2. Επίλυση προβλημάτων

- Για τη λύση των προβλημάτων, με τη βοήθεια των εξισώσεων, ακολουθούμε τα εξής βήματα:
  - **Προσδιορίζουμε** το άγνωστο στοιχείο του προβλήματος και το εκφράζουμε με ένα γράμμα (**x** ή **y** ή **z** ή **ω** κ.τ.λ.), που είναι ο **‘‘άγνωστος’’** του προβλήματος.
  - **Εκφράζουμε** στοιχεία του προβλήματος με τη βοήθεια του αγνώστου.
  - **Περιγράφουμε** με μία εξίσωση το πρόβλημα.

- **Επιλύουμε** την εξίσωση του προβλήματος.
- **Επαληθεύουμε** τη λύση που βρήκαμε.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο ΠΟΣΟΣΤΑ

Α.5.1. Ποσοστά

➢ Το σύμβολο **α %** ονομάζεται **ποσοστό επί τοις εκατό** ή απλούστερα **ποσοστό** και είναι ίσο με το $\frac{\alpha}{100}$.

➢ Χρησιμοποιούμε ακόμη το ποσοστό **α‰** που διαβάζεται **ποσοστό επί τοις χιλίοις** και είναι ίσο με το $\frac{\alpha}{1000}$.

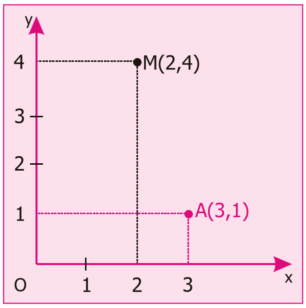
➢ Το **ποσοστό α% του β** είναι $\frac{\alpha}{100}\beta$.

➢ Τα κλάσματα μπορούν να γράφονται και ως ποσοστά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6ο ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ - ΑΝΤΙΣ. ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ

Α.6.1. Παράσταση σημείων στο επίπεδο

➢ Προκειμένου να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου στο επίπεδο σχεδιάζουμε δύο κάθετες μεταξύ τους ημιευθείες **Ox** και **Oy**. Πάνω σε κάθε μια απ' αυτές ορίζουμε την ίδια μονάδα μέτρησης. Αυτές οι ημιευθείες αποτελούν ένα σύστημα ημιαξόνων.



- **Ο ημιάξονας Ox** λέγεται ημιάξονας των **τετμημένων** ή **ημιάξονας των x**.
- **Ο ημιάξονας Oy** λέγεται ημιάξονας των **τεταγμένων** ή **ημιάξονας των y**.
- **Το σημείο Ο** ονομάζεται **αρχή των ημιαξόνων**.

• Το **3** είναι η **τετμημένη** του σημείου **Α**.

• Το **1** είναι η **τεταγμένη** του σημείου **Α**.

• Η **τετμημένη** και η **τεταγμένη** του σημείου **Α** ονομάζονται **συντεταγμένες του Α** και συνήθως όταν θέλουμε να αναφερθούμε στο σημείο **Α**, γράφουμε **Α(3, 1)**.

• Το ζεύγος **(3, 1)** του οποίου ο πρώτος αριθμός **3** είναι η **τετμημένη** του σημείου **Α** και ο δεύτερος αριθμός **1** είναι η **τεταγμένη** του σημείου **Α**, λέγεται **διατεταγμένο ζεύγος**, επειδή έχει σημασία η διάταξη, δηλαδή η σειρά, με την οποία γράφονται οι αριθμοί που το αποτελούν.

• Με το σύστημα αυτό αντιστοιχούμε σε κάθε σημείο **Α** ένα ζεύγος αριθμών **(3, 1)**, δηλαδή ένα **διατεταγμένο ζεύγος**, οι αριθμοί του οποίου ονομάζονται **συντεταγμένες του σημείου**.

• Αντίστροφα, κάθε **διατεταγμένο ζεύγος** θετικών αριθμών π.χ. το **(2, 4)** αντιστοιχεί σε ένα σημείο **Μ** του επιπέδου.

• Το σύστημα ημιαξόνων που χρησιμοποιήσαμε λέγεται **ορθοκανονικό**, γιατί οι ημιάξονες τέμνονται κάθετα **(ορθο-)** και έχουμε ορίσει πάνω τους την ίδια μονάδα μέτρησης **(-κανονικό).**

Α.6.2. Λόγος δύο αριθμών – Αναλογία

➢ **Λόγος δύο ομοειδών μεγεθών**, που εκφράζονται με την ίδια μονάδα μέτρησης, είναι το **πηλίκο των μέτρων τους**.

Η ισότητα λόγων ονομάζεται **αναλογία**.

➢ Δύο σχήματα λέγονται **όμοια** όταν το ένα αποτελεί **σμίκρυνση** ή **μεγέθυνση** του άλλου.

➢ **Ο λόγος της απόστασης** δύο σημείων μιας εικόνας ενός αντικειμένου **προς την πραγματική απόσταση** των δύο αντίστοιχων σημείων του αντικειμένου, ονομάζεται **κλίμακα.**

➢ Αν οι λόγοι των αντιστοίχων πλευρών δύο παραλληλογράμμων είναι ίσοι, τότε αυτοί θα είναι ίσοι και με το λόγο των περιμέτρων τους.

➢ Κάθε σχέση αναλογίας $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμη με τη σχέση

$$\boldsymbol{\alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma}$$

Α.6.3. Ανάλογα ποσά – Ιδιότητες αναλόγων ποσών

➢ Δύο ποσά λέγονται **ανάλογα**, εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

➢ Δύο ποσά $\mathbf{x}$ και $\mathbf{y}$ είναι **ανάλογα**, όταν οι αντίστοιχες τιμές τους δίνουν πάντα ίδιο πηλίκο: $\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{x}}=\boldsymbol{\alpha}$. Το πηλίκο α λέγεται **συντελεστής αναλογίας**.

➢ Τα ανάλογα ποσά $\mathbf{x}$ και $\mathbf{y}$ συνδέονται με τη σχέση: $\mathbf{y} = \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{x}$ όπου $\boldsymbol{\alpha}$ ο συντελεστής αναλογίας.

➢ Όταν το ποσό $\mathbf{y}$ είναι **ποσοστό** του ποσού $\mathbf{x}$, τα δύο ποσά συνδέονται με τη σχέση: $\mathbf{y}=\frac{\boldsymbol{\alpha}}{\mathbf{100}}\cdot\mathbf{x}$ και είναι **ανάλογα**, με **συντελεστή αναλογίας** το $\frac{\boldsymbol{\alpha}}{\mathbf{100}}$ ή **α%**.

➢ Η σχέση $\mathbf{y} = \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{x}$ εκφράζει μια αλληλεπίδραση των ποσών x και y. Συγκεκριμένα, ο διπλασιασμός, τριπλασιασμός κ.ο.κ. τους ενός ποσού επιφέρει διπλασιασμό, τριπλασιασμό κ.ο.κ. του άλλου ποσού.

Α.6.4. Γραφική παράσταση σχέση αναλογίας

➢ Τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη τιμών (x, y) δύο **ανάλογων ποσών βρίσκονται πάνω σε μία ημιευθεία με αρχή την αρχή Ο(0, 0) των ημιαξόνων.**

Α.6.5. Προβλήματα αναλογιών

➢ Για να διαπιστώσουμε εάν δύο ποσά ειναι ανάλογα, χρησιμοποιούμε τα παρακάτω:

i. **Τον ορισμό των ανάλογων ποσών.**

Εξετάζουμε αν τα ποσά που μεταβάλλονται είναι τέτοια ώστε:

όταν οι τιμές του ενός **πολλαπλασιάζονται** με έναν αριθμό, τότε και οι **αντίστοιχες** τιμές του άλλου **πολλαπλασιάζονται** με τον ίδιο αριθμό.

ii. **Τη σχέση y=αx**

Εξετάζουμε αν τα ποσά συνδέονται με μια σχέση αναλογίας.

iii. Τη σχέση $\frac{y}{x} = \alpha$

Εξετάζουμε αν όλες οι αντίστοιχες τιμές των δύο ποσών έχουν σταθερό λόγο.

Α.6.6. Αντιστρόφως ανάλογα ποσά

- Δύο μεγέθη είναι **αντιστρόφως ανάλογα**, στην περίπτωση, που η μεταβολή τους είναι τέτοια, ώστε: όταν το ένα μέγεθος **πολλαπλασιάζεται** επί έναν αριθμό, το **άλλο διαιρείται με τον ίδιο αριθμό**.
- Όταν δύο ποσά **x** και **y** είναι **αντιστρόφως ανάλογα**, το **γινόμενο** των αντίστοιχων τιμών τους παραμένει **σταθερό**: $y \cdot x = \alpha, \quad \alpha \neq 0$

  Στην περίπτωση που **α = 1**, τα **x** και **y** είναι **αντίστροφοι** αριθμοί.
- Τα **σημεία** που παριστούν τα **ζεύγη (x, y)** βρίσκονται σε μία **καμπύλη γραμμή**. Η καμπύλη αυτή ονομάζεται **υπερβολή**.
- Η **υπερβολή** δεν τέμνει ποτέ τους ημιάξονες **Ox** και **Oy**, διότι οι συντεταγμένες των σημείων της **δεν παίρνουν ποτέ** την τιμή **0**.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7ο Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) – Η ευθεία των ρητών – Τετμημένη σημείου

Α.7.1. Πρόσθεση και αφαίρεση ευθύγραμμων τμημάτων

- Το **μηδέν** δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός αριθμός.

- **Ομόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν **το ίδιο πρόσημο**.

  π.χ. οι αριθμοί -7, $-0{,}58$ και $-\frac{3}{4}$ είναι ομόσημοι και

  οι αριθμοί $+1{,}25$, $+\frac{10}{7}$ και $+5$ είναι ομόσημοι.

- **Ετερόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν **διαφορετικό πρόσημο**.

  Οι αριθμοί -7 και $+0{,}58$ είναι ετερόσημοι αλλά και

  οι αριθμοί $-1{,}25$ και $+\frac{10}{7}$ είναι ετερόσημοι.

- **Ακέραιοι αριθμοί** είναι οι **φυσικοί** μαζί με τους **αντίστοιχους αρνητικούς** αριθμούς.

- **Ρητοί** αριθμοί είναι όλοι οι γνωστοί μας έως τώρα αριθμοί:

φυσικοί, **κλάσματα** και **δεκαδικοί** μαζί με τους **αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.**

Παράσταση των ρητών αριθμών με σημεία μιας ευθείας

- Αν θεωρήσουμε αριστερά της αρχής Ο του ημιάξονα Οx των αριθμών, τον αντικείμενο ημιάξονα Οx΄, θα έχουμε τη δυνατότητα, με αυτόν τον τρόπο, να παραστήσουμε όλους τους ρητούς αριθμούς.

- Ο άξονας x΄Οx περιλαμβάνει όλους τους ρητούς αριθμούς (αρνητικούς, θετικούς και το μηδέν).

- Η θέση ενός σημείου Α επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται **τετμημένη** του σημείου.

Α.7.2. Απόλυτη τιμή ρητού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών

- Η **απόλυτη τιμή** ενός ρητού αριθμού **α** εκφράζει την **απόσταση του σημείου με τετμημένη α** από την αρχή **Ο** του άξονα και συμβολίζεται με $|\mathbf{α}|$.

- Αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι **ετερόσημοι** και έχουν την **ίδια απόλυτη τιμή**.

- Ο αντίθετος του **x** είναι ο **–x**.
- Η **απόλυτη τιμή** ενός **θετικού αριθμού** είναι ο **ίδιος ο αριθμός**.
- Η **απόλυτη τιμή** ενός **αρνητικού αριθμού** είναι ο **αντίθετός του**.
- **Η απόλυτη τιμή του μηδενός** είναι το **μηδέν**.
- Δύο σημεία που βρίσκονται σε ίση απόσταση, δεξιά και αριστερά από την αρχή των αξόνων, έχουν τετμημένες, αντίθετους αριθμούς.
- Ο **μεγαλύτερος** από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται **δεξιότερα** από τον άλλο πάνω στον άξονα.
- Κάθε **θετικός** ρητός είναι **μεγαλύτερος** από κάθε **αρνητικό** ρητό αριθμό.
- Το **μηδέν** είναι **μικρότερο** από κάθε θετικό αριθμό και **μεγαλύτερο** από κάθε αρνητικό αριθμό.
- Ο **μεγαλύτερος** από δύο **θετικούς ρητούς** είναι εκείνος που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα.
- Ο **μεγαλύτερος** από δύο **αρνητικούς ρητούς** είναι εκείνος που έχει την μικρότερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα.

Α.7.3. Πρόσθεση ρητών αριθμών

- Για να **προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς** αριθμούς, **προσθέτουμε** τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημό τους.
- Για να **προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς** αριθμούς, **αφαιρούμε** από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

Ιδιότητες πρόσθεσης

Γενικά ισχύει ότι:

- Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά των δύο προσθετέων ενός αθροίσματος.

Αντιμεταθετική ιδιότητα

$$\boldsymbol{\alpha + \beta = \beta + \alpha}$$

➢ Μπορούμε να αντικαθιστούμε προσθετέους με το άθροισμα τους ή να αναλύουμε ένα προσθετέο σε άθροισμα.

Προσεταιριστική ιδιότητα

$$\boldsymbol{\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma}$$

➢ Το **0** όταν προστεθεί σε ένα ρητό δεν **τον μεταβάλει**.

$$\boldsymbol{\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha}$$

➢ Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών είναι μηδέν.

$$\boldsymbol{\alpha + (-\alpha) = (-\alpha) + \alpha = 0}$$

Α.7.4. Αφαίρεση ρητών αριθμών

➢ Για να **αφαιρέσουμε** από τον αριθμό **α** τον αριθμό **β**, προσθέτουμε στον **α** τον **αντίθετο** του **β**.

$$\boldsymbol{\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)}$$

➢ Στους ρητούς αριθμούς **η αφαίρεση μετατρέπεται σε πρόσθεση** και επομένως είναι πάντα δυνατή (δηλαδή, δεν απαιτείται να είναι ο μειωτέος πάντα μεγαλύτερος από τον αφαιρετέο, όπως ίσχυε μέχρι τώρα).

➢ Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το + (ή δεν έχει πρόσημο), μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το + (αν έχει) και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα πρόσημά τους.

➢ Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το –, μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το – και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με **αντίθετα** πρόσημα.

Α.7.5. Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών

- Για να **πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς**, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «+».
- Για να **πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς**, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «–».

Ιδιότητες πολλαπλασιασμού

- Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά δύο παραγόντων ενός γινομένου

  Αντιμεταθετική ιδιότητα

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$$

- Μπορούμε να αντικαθιστούμε παράγοντες με το γινόμενό τους ή να αναλύουμε ένα παράγοντα σε γινόμενο

  Προσεταιριστική ιδιότητα

$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$$

- Όταν ένας ρητός πολλαπλασιάζεται με τον αριθμό **1** δεν μεταβάλλεται.

$$1 \cdot \alpha = \alpha \cdot 1 = \alpha$$

- **Επιμεριστική ιδιότητα** του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση:

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

$$\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$

➢ Οι ρητοί αριθμοί **α** και **β** λέγονται **αντίστροφοι**, όταν είναι διάφοροι του μηδενός και το γινόμενό τους είναι ίσο με τη μονάδα:

$$\boldsymbol{\alpha \cdot \beta = 1}$$

Ο καθένας από τους α και β είναι αντίστροφος του άλλου.

➢ Όταν ένας ρητός πολλαπλασιάζεται με το **0 μηδενίζεται**.

$$\boldsymbol{0 \cdot \alpha = \alpha \cdot 0 = 0}$$

Γινόμενο πολλών παραγόντων

➢ Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο **πολλών παραγόντων** (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:

- Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **άρτιο** (ζυγό).
- Το πρόσημο –, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **περιττό** (μονό).

➢ Αν **τουλάχιστον** ένας παράγοντας είναι **μηδέν**, τότε και το **γινόμενο** είναι ίσο με **μηδέν**.

➢ Το σημείο του πολλαπλασιασμού « · » μεταξύ των γραμμάτων και των παρενθέσεων παραλείπεται.

Α.7.6. **Διαίρεση ρητών αριθμών**

➢ Για να **διαιρέσουμε** δύο ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε:

το πρόσημο +, αν ειναι **ομόσημοι**.

το πρόσημο –, αν είναι **ετερόσημοι**.

➢ Για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

$$\boldsymbol{\alpha : \beta = \frac{\alpha}{\beta} = \alpha \cdot \frac{1}{\beta}}$$

➢ **Διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν δεν ορίζεται.**

Α.7.7. Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών

➢ Κάθε ρητός αριθμός μπορεί να έχει τη μορφή δεκαδικού ή περιοδικού δεκαδικού αριθμού .

Α.7.8. Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό

Συμβολισμοί

➢ Το γινόμενο $\underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdots \alpha}_{\nu\ \pi\alpha\rho\alpha\gamma o\nu\tau\varepsilon\varsigma}$ (είτε ο α είναι θετικός είτε αρνητικός ρητός), συμβολίζεται με το $\boldsymbol{\alpha^{\nu}}$ και λέγεται **δύναμη** με **βάση** το **α** και **εκθέτη** το φυσικό $\boldsymbol{\nu > 1}$.

Για $\boldsymbol{\nu = 1}$, γράφουμε $\boldsymbol{\alpha^1 = \alpha}$.

➢ Η **δύναμη** $\boldsymbol{\alpha^{\nu}}$ διαβάζεται και **νιοστή δύναμη του α**.

- Η **δύναμη** $\boldsymbol{\alpha^2}$ λέγεται και **τετράγωνο του α** ή **α στο τετράγωνο**.
- Η **δύναμη** $\boldsymbol{\alpha^3}$ λέγεται **κύβος του α** ή **α στον κύβο**.

Πρόσημο δύναμης

➢ Δύναμη με βάση θετικό αριθμό είναι θετικός αριθμός.

Αν $\boldsymbol{\alpha > 0}$ τότε $\boldsymbol{\alpha^{\nu} > 0}$

➢ Δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη άρτιο ειναι θετικός αριθμός.

Αν **α<0** και ν **αρτιος** τότε $\boldsymbol{\alpha^{\nu}>0}$

- Δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη περιττό ειναι αρνητικός αριθμός.

Αν **α<0** και ν ***περιττός*** τότε $\boldsymbol{\alpha^{\nu}<0}$

Ιδιότητες δυνάμεων ρητών με εκθέτη φυσικό

Γενικά ισχύει ότι:

- Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών.

$$\alpha^{\mu}\cdot\alpha^{\nu}=\alpha^{\mu+\nu}$$

- Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου:

$$\alpha^{\mu}:\alpha^{\nu}=\alpha^{\mu-\nu}$$

- Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

$$(\alpha\cdot\beta)^{\nu}=\alpha^{\nu}\cdot\beta^{\nu}$$

- Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu}=\frac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}}$$

- Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

$$(\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\mu\nu}$$

Α.7.9. Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο

➢ Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός με εκθέτη το μηδέν είναι ίση με μονάδα.

$$\alpha^{0} = 1$$

➢ Η **δύναμη κάθε αριθμού**, διάφορου του μηδενός, με **εκθέτη αρνητικό** είναι ίση με κλάσμα που έχει **αριθμητή τη μονάδα** και παρονομαστή τη δύναμη του αριθμού αυτού με αντίθετο εκθέτη.

$$\alpha^{-\nu} = \frac{1}{\alpha^{\nu}} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\nu} \qquad \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\nu}$$

Οι ιδιότητες των δυνάμεων με εκθέτη φυσικό, που μάθαμε στην προηγούμενη παράγραφο, ισχύουν και για τις δυνάμεις με εκθέτη ακέραιο.

Α.7.10. Τυποποιημένη μορφή μεγάλων και μικρών αριθμών

➢ Όπως οι πολύ μεγάλοι, έτσι και οι πολύ μικροί αριθμοί μπορούν να γραφούν σε τυποποιημένη μορφή και συγκεκριμμένα στη μορφή: $\alpha \cdot 10^{-\nu}$ όπου α είναι ένας δεκαδικός αριθμός με ακέραιο μέρος μεγαλύτερο ή ίσο του 1 και μικρότερο του 10 και ν φυσικό αριθμό.

ΜΕΡΟΣ Β΄ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο ΒΑΣ. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Β.1.1. Σημείο - Ευθύγραμμο τμήμα - Ευθεία - Ημιευθεία - Επίπεδο - Ημιεπίπεδο

Το σημείο

➢ Η άκρη του μολυβιού μας, οι κορυφές ενός σχήματος, η μύτη μια βελόνας μας δίνουν την έννοια του σημείου.

Το ευθύγραμμο τμήμα

➢ Μια τεντωμένη κλωστή με άκρα Α και Β μας δίνει μια εικόνα της έννοιας του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ.

- Τα σημεία Α και Β είναι τα άκρα του ευθύγραμμου τμήματος.
- Λέμε ότι τα σημεία Α και Β ορίζουν το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ.
- Κατασκευάζουμε ένα ευθύγραμμο τμήαμα,συνδέοντας δύο σημεία Α και Β, με τη βοήθεα ενός χάρακα (<<κανόνα>>).

Η ευθεία

➢ Εάν προεκτείνουμε απεριόριστα, ένα ευθύγραμμο τμήμα **ΑΒ**, τότε το νέο σχήμα, που **δεν έχει ούτε αρχή ούτε τέλος**, λέγεται **ευθεία**.

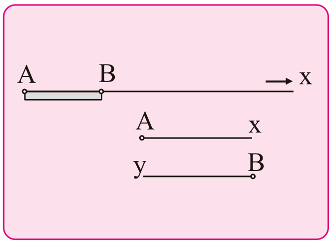
➢ Συμβολίζουμε μια ευθεία με ένα μικρό γράμμα από τα αρχικά του αλφαβήτου, π.χ. (ε), ή με δύο μικρά γράμματα από τα τελευταία του αλφαβήτου π.χ. **x΄x**, **y΄y**.

➢ **Από ένα σημείο διέρχονται άπειρες ευθείες**.

➢ **Από δύο σημεία διέρχεται μια μόνο ευθεία**.

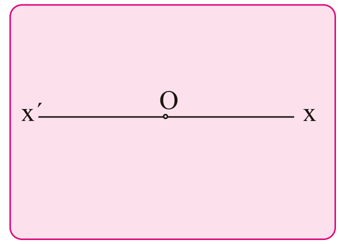
Η ημιευθεία

➢ Εάν προεκτείνουμε απεριόριστα ένα ευθύγραμμο τμήμα **ΑΒ** πέρα από το ένα μόνο άκρο του, π.χ. το Β, τότε το νέο σχήμα, που έχει **αρχή** το **Α** αλλά **δεν έχει τέλος**, λέγεται **ημιευθεία**.



➢ Η ημιευθεία συμβολίζεται με ένα κεφαλαίο γράμμα που δηλώνει την αρχή της και ένα μικρό από τα τελευταία γράμματα, π.χ. **Ax**, **By** κ.λπ.

- Εάν **Ο** είναι ένα σημείο της ευθείας **x΄x**, τότε με αρχή το **Ο** ορίζονται δύο ημιευθείες **Οx** και **Οx΄**, οι οποίες λέγονται **αντικείμενες ημιευθείες**.



Το επίπεδο

- **Επίπεδο** είναι μια επιφάνεια, πάνω στην οποία εφαρμόζει παντού η ευθεία γραμμή.
- Ένα επίπεδο επεκτείνεται απεριόριστα.
- Από τρία μη συνευθειακά σημεία διέρχεται ένα μοναδικό επίπεδο, ενώ από ένα ή δύο σημεία διέρχονται άπειρα επίπεδα.
- Κάθε επίπεδο χωρίζει το χώρο σε δύο μέρη, ώστε, αν θέλουμε να περάσουμε από το ένα μέρος του χώρου στο άλλο, πρέπει να διαπεράσουμε το επίπεδο.
- Η ονομασία του επιπέδου δίνεται με ένα κεφαλαίο γράμμα του αλφάβητου π.χ. Π, Ρ, Σ κ.λπ.

Το ημιεπίπεδο

- Κάθε ευθεία ενός επιπέδου το χωρίζει σε δύο ημιεπίπεδα.

Β.1.2. Γωνία-Γραμμή-Επίπεδα σχήματα-Ευθύγραμμα σχήματα-Ισα σχήματα

Ευθύγραμμα σχήματα

- **Τεθλασμένη γραμμή** είναι μια **πολυγωνική γραμμή**, που αποτελείται από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα, τα οποία δε βρίσκονται στη ίδια ευθεία.
- **Ευθύγραμμο σχήμα** ονομάζεται κάθε τεθλασμένη γραμμή, της οποίας τα άκρα συμπίπτουν.

- Μια **τεθλασμένη γραμμή** ονομάζεται **κυρτή** όταν η προέκταση κάθε πλευράς της αφήνει όλες τις άλλες πλευρέ στο ίδιο ημιεπίπεδο.Διαφορετικά λέγεται **μη κυρτή**.
- Δύο ευθύγραμμα σχήματα λέγονται **ίσα**, αν συμπίπτουν, όταν τοποθετηθούν το ένα επάνω στο άλλο με κατάλληλο τρόπο.
- Στα ίσα σχήματα, τα στοιχεία που συμπίπτουν, δηλαδή οι κορυφές, οι πλευρές και οι γωνίες, ονομάζονται **αντίστοιχα στοιχεία** των σχημάτων αυτών.
- Οι αντίστοιχες πλευρές και γωνίες των ίσων σχημάτων είναι ίσες.

Β.1.3. Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων Απόσταση σημείων - Μέσο ευθύγραμμου τμήματος

- **Απόσταση** δύο σημείων **Α** και **Β** λέγεται το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ που τα ενώνει.
- **Μέσο** ενός ευθύγραμμου τμήματος **ΑΒ** ονομάζουμε το σημείο **Μ** του τμήματος, που απέχει εξίσου από τα άκρα του.
- Οποιοδήποτε ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ έχει πάντα ένα μέσο Μ, που είναι και **μοναδικό**.

Β.1.4. Πρόσθεση και αφαίρεση ευθύγράμμων τμημάτων

- Για να **προσθέσουμε** ευθύγραμμα τμήματα, τα τοποθετούμε διαδοχικά πάνω σε μια ευθεία.Το τμήμα που έχει άκρα την αρχή του πρώτου και το τέλος του τελευταίου είναι το άθροισμά τους.
- Για να **αφαιρέσουμε** δύο ευθύγραμμα τμήματα, τα τοποθετούμε με κοινή αρχή στη ίδια ημιευθεία.Το τμήμα που αρχίζει από το τέλος του μικρότερου και καταλήγει στο τέλος του μεγαλύτερου αποτελεί τη διαφορά τους.
- Η τεθλασμένη γραμμή έχει μήκος το άθροισμα των μηκών των ευθυγράμμων τμημάτων, από τα οποία αποτελείται.

➢ Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ, είναι μικρότερο από το μήκος κάθε τεθλασμένης γραμμής με τα ίδια άκρα Α και Β.

➢ Το **άθροισμα** των **πλευρών** ενός ευθύγραμμου σχήματος θα το λέμε **περίμετρο** του σχήματος.

Β.1.5. Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών-Διχοτόμος γωνίας

Η μέτρηση των γωνιών γίνεται με το μοιρογνωμόνιο.

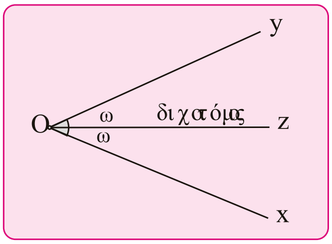
➢ Ο αριθμός που προκύπτει από τη μέτρηση ονομάζεται μέτρο της γωνίας.

➢ Μονάδα μέτρησης των γωνιών είναι η μοίρα, που γράφεται 1^0.

- Είναι: $1^0=60'$ (πρώτα λεπτά) και $1'=60''$ (δεύτερα λεπτά)
- Κάθε γωνία έχει μοναδικο μέτρο που εξαρτάται μόνο από το "άνοιγμα" των πλευρών της.
- Αν δύο γωνίες έχουν το ίδιο μέτρο είναι ίσες
- Στο εξής με $x\hat{O}y$ ή $\hat{\omega}$ θα συμβολίζουμε τη γωνία και το μέτρο της.

➢ Οι προσκείμενες στη βάση ισοσκελούς τριγώνου γωνίες είναι ίσες.

➢ **Διχοτόμος γωνίας** ονομάζεται η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και τη χωρίζει σε **δύο ίσες γωνίες**.



Β.1.6. Είδη γωνιών - Κάθετες ευθείες

➢ **Ορθή γωνία** λέγεται η γωνία της οποίας το **μέτρο είναι ίσο με 90°**

- Οι πλευρές της ορθής γωνίας είναι **κάθετες ημιευθείες**.

➢ **Οξεία γωνία** λέγεται κάθε γωνία με **μέτρο μικρότερο των 90°**.

➢ **Αμβλεία γωνία** λέγεται κάθε γωνία με **μέτρο μεγαλύτερο των** $\mathbf{90}^\circ$ και μικρότερο των 180°

➢ **Ευθεία γωνία** λέγεται η γωνία της οποίας το **μέτρο είναι ίσο με** $\mathbf{180}^\circ$

- Οι πλευρές της ευθείας γωνίας είναι *αντικείμενες ημιευθείες*.

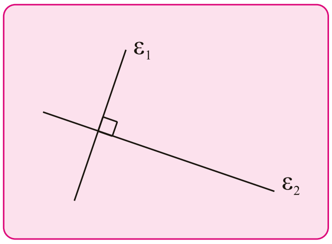
➢ **Μη κυρτή γωνία** λέγεται κάθε γωνία με **μέτρο μεγαλύτερο των** $\mathbf{180}^\circ$ και μικρότερο των $\mathbf{360}^\circ$

➢ **Μηδενική γωνία** λέγεται η γωνία της οποίας **το μέτρο είναι ίσο με** $\mathbf{0}^\circ$

➢ **Πλήρης γωνία** λέγεται η γωνία της οποίας **το μέτρο είναι ίσο με** $\mathbf{360}^\circ$

- **Η ημιευθεία** της τελικής πλευράς μιας **μηδενικής** και μιας **πλήρους γωνίας** ταυτίζεται με αυτή της αρχικής πλευράς.

➢ Δύο ευθείες είναι κάθετες όταν οι γωνίες, που σχηματίζουν αυτές τεμνόμενες, είναι ορθές.

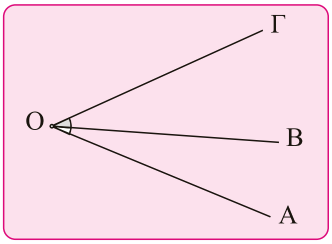


- Για να δηλώσουμε ότι δύο ευθείες $\boldsymbol{\varepsilon_1}$ και $\boldsymbol{\varepsilon_2}$ είναι κάθετες, χρησιμοποιούμε το σύμβολο ‘‘$\perp$’’, γράφουμε $\boldsymbol{\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2}$ και διαβάζουμε: ‘‘η ε_1 είναι κάθετη στην ε_2’’.

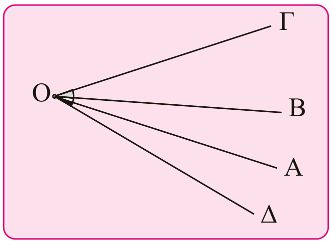
➢ Δύο ευθύγραμμα τμήματα (ή δύο ημιευθείες) που βρίσκονται πάνω σε δύο κάθετες ευθείες, λέγονται **κάθετα ευθύγραμμα τμήματα** (ή **κάθετες ημιευθείες**).

B.1.7. Εφεξής και διαδοχικές γωνίες - Άθροισμα γωνιών

➢ **Εφεξής γωνίες** ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την **ίδια κορυφή**, **μία κοινή πλευρά** και **δεν έχουν** κανένα άλλο κοινό σημείο.

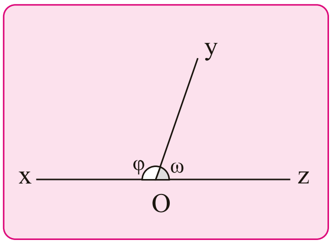


➢ **Διαδοχικές γωνίες** λέγονται περισσότερες από δύο γωνίες, που βρίσκονται στο **ίδιο επίπεδο** και καθεμιά από αυτές είναι **εφεξής** γωνία με την **προηγούμενη ή** την **επόμενή** της.

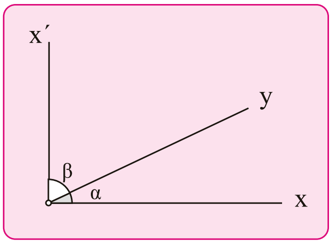


B.1.8. Παραπληρωματικές και Συμπληρωματικές γωνίες Κατακορυφήν γωνίες

➢ **Παραπληρωματικές γωνίες** ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν το **άθροισμα** $\mathbf{180^\circ}$. Η κάθε μία από αυτές λέγεται παραπληρωματική της άλλης.

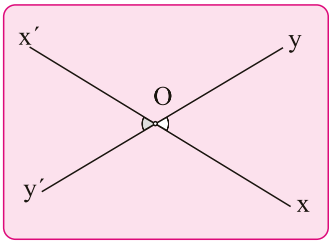


➢ **Συμπληρωματικές γωνίες** ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν **άθροισμα** $\mathbf{90^\circ}$. Η κάθε μία από αυτές λέγεται συμπληρωματική της άλλης.



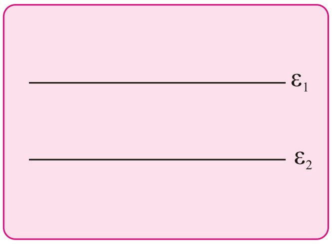
➢ **Κατακορυφή γωνίες** ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την **κορυφή τους κοινή** και τις **πλευρές τους αντικείμενες ημιευθείες**.

• **Δύο κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες.**



B.1.9. Θέσεις ευθειών στο επίπεδο

➢ **Δύο ευθείες** του ίδιου επιπέδου λέγονται **παράλληλες**, αν δεν έχουν κοινό σημείο όσο κι αν προεκταθούν.



➢ **Δύο ευθείες** του ίδιου επιπέδου που έχουν ένα κοινό σημείο ονομάζονται **τεμνόμενες** και το κοινό τους σημείο λέγεται **σημείο τομής** των δύο ευθειών.

Επομένως:

➢ Δύο ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο ή θα είναι παράλληλες ή θα τέμνονται.

➢ Για να δηλώσουμε ότι δύο ευθείες $\boldsymbol{\varepsilon_1}$ και $\boldsymbol{\varepsilon_2}$ είναι παράλληλες, χρησιμοποιούμε το σύμβολο ‘‘ // ’’ και γράφουμε $\boldsymbol{\varepsilon_1 // \varepsilon_2}$.

Για τα τμήματα των ευθειών και τις ημιευθείες, μπορούμε να πούμε ότι:

➢ Δύο ευθύγραμμα τμήματα που βρίσκονται πάνω σε δύο παράλληλες ευθείες, θα λέγονται παράλληλα ευθύγραμμα τμήματα και γράφουμε

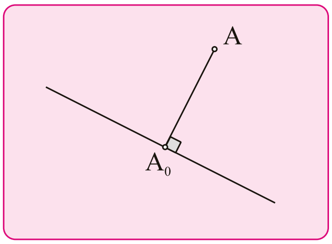
$$AB//\Gamma\Delta.$$

➢ Δύο ευθείες του επιπέδου κάθετες σε μια ευθεία είναι μεταξύ τους παράλληλες.

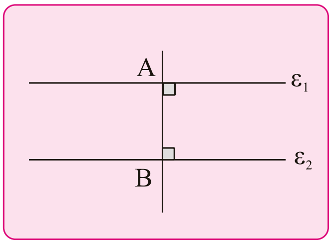
➢ Από ένα σημείο Α, εκτός ευθείας ε, δέρχεται μία και μοναδική ευθεία ε_1 παράλληλη στην ε.

Β.1.10. Απόσταση σημείου από ευθεία-Απόσταση παραλλήλων

- **Απόσταση** του σημείου **Α** από την ευθεία ε ονομάζεται το μήκος του κάθετου ευθυγράμμου τμήματος $\mathbf{AA_0}$ από το σημείο **Α** προς την ευθεία **ε**.

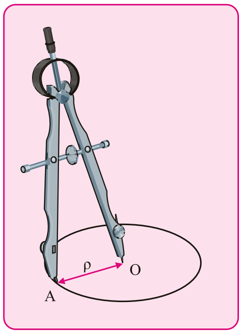


- **Απόσταση** δύο παραλλήλων ευθειών λέγεται το μήκος οποιουδήποτε ευθυγράμμου τμήματος που είναι κάθετο στις δύο παράλληλες ευθείες και έχει τα άκρα του σ' αυτές, π.χ. το **ΑΒ**.



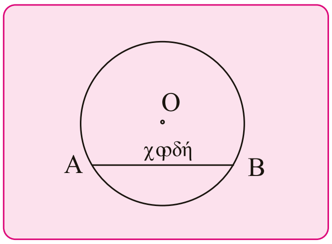
Β.1.11. Κύκλος και στοιχεία του κύκλου

- **Κύκλος** λέγεται το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου που απέχουν την ίδια απόσταση από ένα σταθερό σημείο Ο.



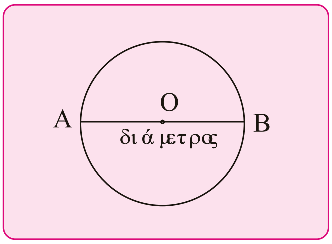
- Η απόσταση αυτή συμβολίζεται με ρ και λέγεται ακτίνα του κύκλου. Το σημείο Ο λέγεται κέντρο του κύκλου.
- Ένας κύκλος με κέντρο **Ο** και ακτίνα **ρ**, συμβολίζεται με συντομία **(Ο, ρ)**.
- Για να σχεδιάσουμε ένα κύκλο χρησιμοποιούμε το **διαβήτ**η.
- **Δύο κύκλοι με ακτίνες ίσες είναι ίσοι**.

➢ Το **ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, που συνδέει δύο σημεία Α και Β** του κύκλου, λέγεται **χορδή** του κύκλου.

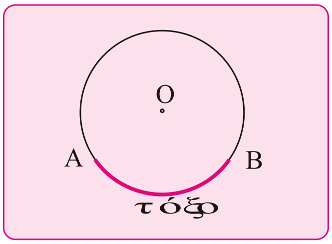


➢ Ειδικά η **χορδή** που περνάει **από το κέντρο** του κύκλου λέγεται **διάμετρος** του κύκλου.

➢ Η **διάμετρος** είναι η μεγαλύτερη χορδή του κύκλου, είναι διπλάσια από την ακτίνα του κύκλου και **χωρίζει τον κύκλο σε δύο ίσα μέρη** (ημικύκλια).

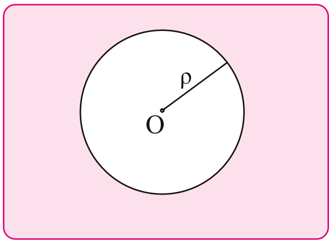


➢ Δύο σημεία **Α** και **Β** του κύκλου τον χωρίζουν σε δύο μέρη που το καθένα λέγεται **τόξο του κύκλου με άκρα τα Α και Β**.



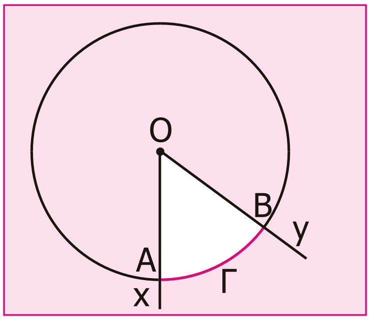
➢ Κυκλικός δίσκος (Ο, ρ) είναι ο κύκλος (Ο, ρ) μαζί με το μέρος του επιπέδου που περικλείει.

➢ Όλα τα σημεία του κυκλικού δίσκου απέχουν από το κέντρο Ο απόσταση μικρότερη ή ίση με την ακτίνα ρ.



Β.1.12. Επίκεντρη γωνία - Σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου - Μέτρηση τόξου

➢ Κατασκευάζουμε έναν κύκλο **(Ο, ρ)** και μια γωνία $\mathbf{x\hat{O}y}$, της οποία η κορυφή συμπίπτει με το κέντρο **Ο** του κύκλου. Η γωνία αυτή λέγεται **επίκεντρη γωνία**.



➢ Αν η πλευρά Οx της γωνίας $\mathbf{x\hat{O}y}$ τέμνει τον κύκλο στο σημείο Α και η πλευρά Οy στο σημείο Β, τότε:

• Το τόξο **ΑΓΒ** που βρίσκεται στο εσωτερικό της κυρτής γωνίας $\mathbf{x\hat{O}y}$ λέγεται **αντίστοιχο τόξο** της **επίκεντρης γωνίας** $\mathbf{x\hat{O}y}$.

• Το τόξο ΑΔΒ που βρίσκεται στο εσωτερικό της μη κυρτής γωνίας $\mathbf{x\hat{O}y}$ είναι κι αυτό αντίστοιχο τόξο της μη κυρτής επίκεντρης γωνίας $\mathbf{x\hat{O}y}$.

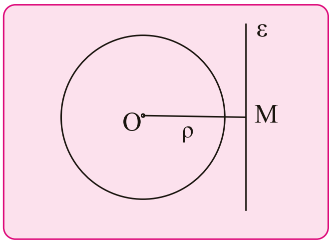
➢ Ως μέτρο ενός τόξου ορίζεται το μέτρο της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας, δηλαδή το μέτρο ενός τόξου το μετράμε σε μοίρες.

➢ Σε ένα κύκλο ή σε ίσους κύκλους, δύο **ίσες επίκεντρες γωνίε**ς έχουν **ίσα αντίστοιχα τόξα** και αντίστροφα

➢ Σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους, **δύο ίσα τόξα** έχουν **ίσες** τις **επίκεντρες γωνίες** τους.

Β.1.13. Θέσεις ευθείας και κύκλου

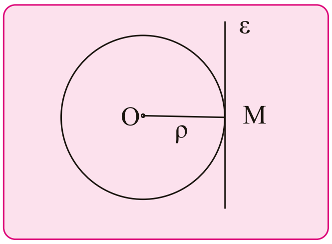
➢ Όταν ευθεία και κύκλος **δεν έχουν κανένα κοινό σημείο** λέμε ότι η ευθεία είναι **εξωτερική** του κύκλου.



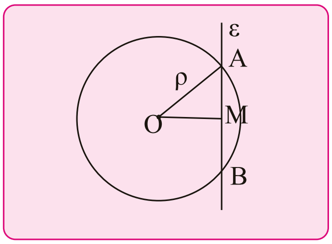
➢ Όταν η απόσταση **ΟΜ** του κέντρου Ο από την ευθεία ε είναι **μεγαλύτερη** από την ακτίνα **ρ** **(ΟΜ > ρ)**, η ευθεία είναι **εξωτερική** του κύκλου.

➢ Όταν ευθεία και κύκλος **έχουν ένα μόνο κοινό σημείο Μ**, η ευθεία λέγεται **εφαπτομένη** του κύκλου στο σημείο Μ.

➢ Όταν η απόσταση **ΟΜ** του κέντρου Ο από την ευθεία ε είναι **ίση** με την ακτίνα **ρ (ΟΜ = ρ)**, η ευθεία είναι **εφαπτομένη** του κύκλου στο Μ.



➢ Όταν η ευθεία και κύκλος **έχουν δύο κοινά σημεία Α** και **Β**, η ευθεία λέγεται **τέμνουσα του κύκλου ή λέμε ότι η ευθεία τέμνει τον κύκλο στα Α και Β**.



➢ Όταν η απόσταση ΟΜ του κέντρου Ο από την ευθεία ε είναι μικρότερη από την ακτίνα ρ **(ΟΜ < ρ)**, η ευθεία είναι **τέμνουσα** του κύκλου.

➢ Αν είναι **Μ** το σημείο που **τέμνονται** οι **εφαπτόμενες** στα σημεία **Α,Β** τα ευθύγραμμα τμήματα **ΑΜ** και **ΒΜ** λέγονται **εφαπτόμενα** τμήματα του κύκλου.

ΜΕΡΟΣ Β΄ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

Β.2.1. Συμμετρία ως προς άξονα

➢ Συμμετρικό σημείου **Β** ως προς ευθεία **ε**, είναι το σημείο **Γ** με το οποίο συμπίπτει το **Β**, αν διπλώσουμε το φύλλο κατά μήκος της ευθείας **ε**.

➢ Κάθε σημείο μιας ευθείας ε είναι συμμετρικό του εαυτού του ως προς την ε.

Γενικότερα:

➢ Δύο σχήματα (Σ_1) και (Σ_2) λέγονται **συμμετρικά** ως προς μια ευθεία **ε**, όταν καθένα αποτελείται από τα συμμετρικά σημεία του άλλου ως προς την **ε**.

Επειδή με δίπλωση κατά μήκος της **ε** συμπίπτει το (Σ_1) με το (Σ_2), γνωρίζουμε ότι αυτά θα είναι ίσα. Επομένως:

➢ **Τα συμμετρικά ως προς ευθεία σχήματα είναι ίσα.**

Β.2.2. Άξονας συμμετρίας

➢ **Άξονας συμμετρίας** σχήματος ονομάζεται η ευθεία που χωρίζει το σχήμα σε δύο μέρη, τα οποία συμπίπτουν όταν διπλωθεί το σχήμα κατά μήκος της ευθείας. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι **το σχήμα έχει άξονα συμμετρίας** την ευθεία αυτή.

➢ Όταν ένα σχήμα έχει **άξονα συμμετρίας**, το **συμμετρικό** του ως προς τον **άξονα αυτόν** είναι το **ίδιο σχήμα**.

➢ Οποιαδήποτε **διάμετρος** κύκλου είναι **άξονας συμμετρίας** του κύκλου και του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου.

Β.2.3. Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος

➢ **Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος** λέγεται η ευθεία που είναι κάθετη προς αυτό και διέρχεται από το μέσον του.

➢ Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος έχει **ίσες αποστάσεις (ισαπέχει)** από τα άκρα του.

➢ Κάθε σημείο που **ισαπέχει** από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος βρίσκεται πάνω στην **μεσοκάθετό** του.

➢ Η μεσοκάθετος ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι **άξονας συμμετρίας** του.

Β.2.4. Συμμετρία ως προς σημείο

➢ Δύο σημεία **Μ** και **Μ΄** είναι **συμμετρικά ως προς σημείο Ο**, όταν το **Ο** είναι **μέσο** του τμήματος **ΜΜ΄**.

➢ Δύο σχήματα λέγονται **συμμετρικά ως προς σημείο Ο**, όταν κάθε σημείο του ενός είναι συμμετρικό ενός σημείου του άλλου ως προς το **Ο**.

➢ **Τα συμμετρικά ως προς σημείο σχήματα είναι ίσα.**

Β.2.5. Κέντρο συμμετρίας

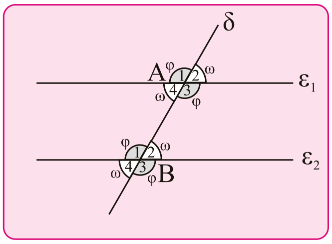
- **Κέντρο συμμετρίας** σχήματος ονομάζεται ένα σημείο του **Ο**, γύρω από το οποίο αν περιστραφεί το σχήμα κατά **180°**, συμπίπτει με το αρχικό.Στην περίπτωση που υπάρχει τέτοιο σημείο, λέμε ότι το σχήμα έχει **κέντρο συμμετρίας** το σημείο **Ο**.

- Όταν ένα σχήμα έχει κέντρο συμμετρίας, το συμμετρικό του ως προς το κέντρο αυτό είναι το ίδιο το σχήμα.

- Το **κέντρο** του κύκλου είναι **κέντρο συμμετρίας του** καθώς και του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου.

- Οι **συμμετρικές** ως προς **σημείο** ευθείες, είναι μεταξύ τους **παράλληλες**.

B.2.6. Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μια άλλη ευθεία



- Οι γωνίες που βρίσκονται ανάμεσα στις ευθείες ε_1 και ε_2 ονομάζονται **''εντός''** (των ευθειών) και όλες οι άλλες **''εκτός''**.

$\hat{A}_3$, $\hat{A}_4$, $\hat{B}_1$, $\hat{B}_2$ **είναι ''εντός''** και

$\hat{A}_1$, $\hat{A}_2$, $\hat{B}_3$, $\hat{B}_4$ **είναι ''εκτός''**

- Οι γωνίες που βρίσκονται προς το ίδιο μέρος της ευθείας **δ** ονομάζονται **''επί τα αυτά''** (μέρη της ευθείας)

- Δύο γωνίες που βρίσκονται η μία στο ένα κι η άλλη στο άλλο ημιεπίπεδο της ευθείας **δ**, λέγονται μεταξύ τους **''εναλλάξ''**.

- Από τον συνδυασμό των παραπάνω προκύπτει ότι θα έχουμε τις παρακάτω έξι ονομασίες για τα 16 διαφορετικά ζευγάρια των γωνιών.

(α) εντός εναλλάξ και **(β) εκτός εναλλάξ**

(γ) εντός και επί τα αυτά και **(δ) εκτός και επί τα αυτά**

(ε) εντός - εκτός εναλλάξ και **(στ) εντός - εκτός επί τα αυτά**

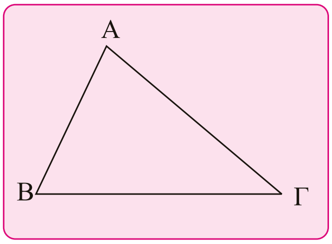
ΜΕΡΟΣ Β΄ | ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο | ΤΡΙΓΩΝΑ-ΠΑΡΑΛ/ΓΡΑΜΜΑ ΤΡΑΠΕΖΙΑ

Β.3.1. Στοιχεία τριγώνου - Είδη τριγώνων

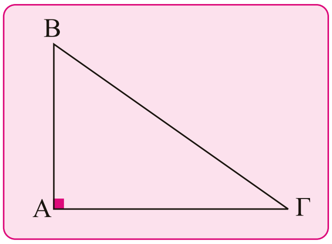
- Κάθε τρίγωνο **ΑΒΓ** έχει τρεις **κορυφές Α, Β, Γ,** τρεις **πλευρές** ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ και τρεις **γωνίες** $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$, $\hat{\mathbf{\Gamma}}$.
- Τα **ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ,** εκτός από τις πλευρές, συμβολίζουν και τα μήκη των αντίστοιχων ευθυγράμμων τμημάτων.

Είδη τριγώνων

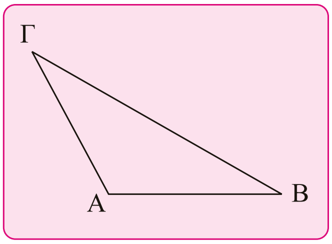
- **Οξυγώνιο** λέγεται το τρίγωνο που έχει όλες του τις γωνίες **μικρότερες** της **ορθής** δηλαδή **οξείες.**



- **Ορθογώνιο** λέγεται το τρίγωνο που έχει μία γωνία **ορθή**.



- **Αμβλυγώνιο** λέγεται το τρίγωνο που έχει μία γωνία μεγαλύτερη της ορθής δηλαδή αμβλεία.

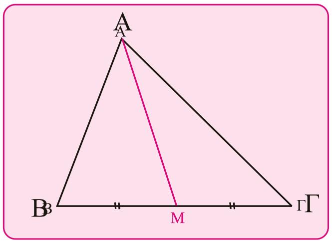


- **Ισόπλευρο** λέγεται το τρίγωνο που έχει τις τρείς πλευρές του ίσες.
- **Ισοσκελές** λέγεται το τρίγωνο που έχει δύο πλευρές ίσες.

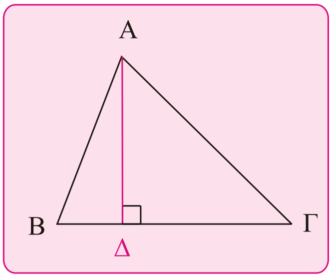
- **Σκαληνό** λέγεται το τρίγωνο που έχει όλες τις πλευρές του άνισες.

Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου

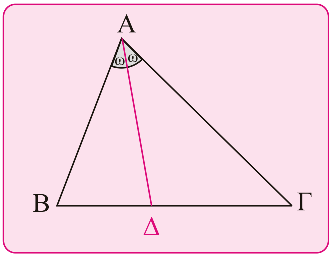
- Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την κορυφή ενός τριγώνου με το **μέσο** της απέναντι πλευράς, λέγεται **διάμεσος**.



- Το ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μία κορυφή ενός τριγώνου **κάθετο** στην ευθεία της απέναντι πλευράς, λέγεται **ύψος** του τριγώνου.



- Το ευθύγραμμο τμήμα της διχοτόμου μιας γωνίας ενός τριγώνου που φέρνουμε από μια κορυφή και καταλήγει στην απέναντι πλευρά, λέγεται **διχοτόμος** του τριγώνου,



Β.3.2. Άθροισμα γωνιών τριγώνου - Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου

- **Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει:**

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{\Gamma}=180^\circ$$

Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο ισχύει ότι:

- Η ευθεία της **διαμέσου**, που αντιστοιχεί στη βάση είναι **άξονας συμμετρίας** του **ισοσκελούς** τριγώνου.
- Η **διάμεσος**, που αντιστοιχεί στη βάση είναι **ύψος** και **διχοτόμος**.
- Οι **προσκείμενες γωνίες** στη βάση του ισοσκελούς είναι **ίσες**.

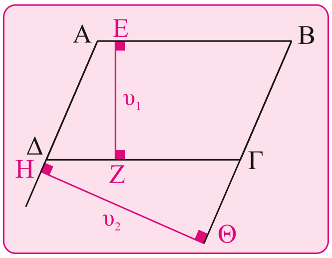
Σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο ισχύει ότι:

- Οι ευθείες των **διαμέσων** είναι **άξονες συμμετρίας** του ισοπλεύρου τριγώνου.
- Κάθε **διάμεσος** είναι **ύψος** και **διχοτόμος**.
- Όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες.

Β.3.3. Παραλληλόγραμμο - Ορθογώνιο - Ρόμβος Τετράγωνο - Τραπέζιο - Ισοσκελές τραπέζιο

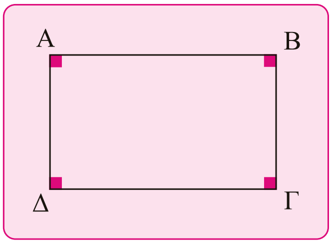
- **Παραλληλόγραμμο** λέγεται το τετράπλευρο **ΑΒΓΔ** που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες, δηλαδή **ΑΒ//ΓΔ** και **ΑΔ//ΒΓ**.
- Κάθε πλευρά του παραλληλογράμμου μπορεί να ονομαστεί **βάση** του παραλληλογράμμου.
- Η απόσταση της βάσης από την απέναντι πλευρά λέγεται **ύψος** του παραλληλογράμμου.

Για τις βάσεις **ΑΒ** και **ΓΔ** ύψος είναι το **ΕΖ**, ενώ για τις βάσεις **ΑΔ** και **ΒΓ** ύψος είναι το **ΗΘ**.

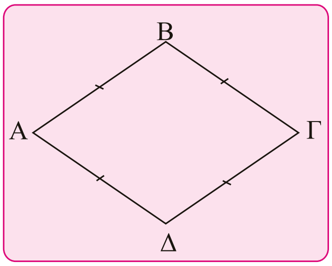


Ειδικές περιπτώσεις παραλληλογράμμων

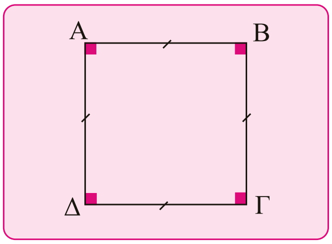
- Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές λέγεται **ορθογώνιο παραλληλόγραμμο** ή απλά **ορθογώνιο**.



➢ Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες λέγεται **ρόμβος**.



➢ Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές και όλες τις πλευρές του ίσες λέγεται **τετράγωνο**.



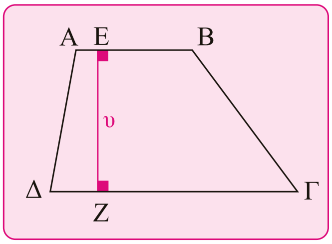
Τραπέζιο

➢ Το τετράπλευρο **ΑΒΓΔ** του οποίου μόνο δύο πλευρές είναι παράλληλες λέγεται **τραπέζιο**.

➢ Οι παράλληλες πλευρές **ΑΒ, ΓΔ (ΑΒ//ΓΔ)** του τραπεζίου λέγονται βάσεις του τραπεζίου.

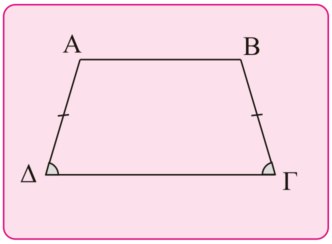
Η απόσταση των βάσεων λέγεται **ύψος** του τραπεζίου.

Η απόσταση των βάσεων ΑΒ και ΓΔ είναι το ύψος ΕΖ.



➢ Αν ένα τραπέζιο έχει τις μη παράλληλες πλευρές του **ίσες** λέγεται **ισοσκελές τραπέζιο**.

Είναι **ΑΔ = ΒΓ.**



Β.3.4. Ιδιότητες Παραλληλογράμμου - Ορθογωνίου - Ρόμβου - Τετραγώνου - Τραπεζίου - Ισοσκελούς τραπεζίου

Ιδιότητες του ορθογώνιου και πλάγιου παραλληλογράμμου

➢ Σε κάθε παραλληλόγραμμο το σημείο τομής των διαγωνίων του είναι κέντρο συμμετρίας του.

➢ **Οι διαγώνιές του διχοτομούνται** (κάθε μία περνάει από το μέσον της άλλης).

➢ Οι **απέναντι πλευρές** είναι **ίσες**.

➢ Οι **απέναντι γωνίες** είναι **ίσες**.

Στο ορθογώνιο:

➢ **Οι μεσοκάθετοι των πλευρών του είναι άξονες συμμετρίας.**

➢ **Οι διαγώνιές του είναι ίσες και διχοτομούνται.**

Ιδιότητες του ρόμβου

Εκτός των ιδιοτήτων του παραλληλογράμμου που έχει ακόμα και τις εξής:

➢ Οι **ευθείες των διαγωνίων** είναι **άξονες συμμετρίας**.

➢ Οι **διαγώνιες** είναι **κάθετες** (**και διχοτομούνται**).

➢ Οι **διαγώνιές** του είναι και **διχοτόμοι των γωνιών του**.

Ιδιότητες του τετραγώνου

Εκτός των ιδιοτήτων του παραλληλογράμμου έχει ακόμα και τις εξής:

➢ Οι **ευθείες των διαγωνίων** του και οι **μεσοκάθετοι των πλευρών** του είναι **άξονες συμμετρίας.**

➢ Οι **διαγώνιές** του είναι **ίσες, κάθετες** (και **διχοτομούνται**)

➢ Οι **διαγώνιές** του είναι και **διχοτόμοι των γωνιών** του.

Ιδιότητες του ισοσκελούς τραπεζίου

➢ Η **ευθεία που διέρχεται από τα μέσα των βάσεων** είναι **άξονας συμμετρίας** και **μεσοκάθετος** στις βάσεις του.

➢ Οι **προσκείμενες** σε κάθε βάση **γωνίες** του είναι **ίσες**.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΑΝΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο ΟΙ ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1. α. Ποιοι είναι οι φυσικοί αριθμοί;
β. Ποιοι φυσικοί αριθμοί ονομάζονται άρτιοι και ποιοι περιττοί;

2. Ποιες ιδιότητες της πρόσθεσης γνωρίζετε;

3. Ποιες ιδιότητες του πολλαπλασιασμού γνωρίζετε;

4. Να διατυπώσετε την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού:
α. ως προς την πρόσθεση, β. ως προς την αφαίρεση

5. Να γράψετε τον **ορισμό** της **νιοστής δύναμης** του α.

6. α. Τι λέγεται αριθμητική παράσταση;
β. Ποια είναι η προτεραιότητα των πράξεων σε αριθμητική παράσταση;

7. α. Να γράψετε τον **ορισμό** της **Ευκλείδειας διαίρεσης**;
β. Πότε μια διαίρεση είναι **τέλεια**;

8. α. Ποια είναι τα **πολλαπλάσια** ενός φυσικού αριθμού α;
β. Ποιους χαρακτήρες (ιδιότητες) διαιρετότητας γνωρίζετε;

9. Τι ονομάζεται **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο** δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών;

10. Τι λέγονται **διαιρέτες** ενός φυσικού αριθμού α;

11. α. Ποιοι αριθμοί λέγονται **πρώτοι**;
β. Ποιοι αριθμοί λέγονται **σύνθετοι**;

12. α. Τι ονομάζεται **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης** δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών;

β. Πότε δύο αριθμοί λέγονται **πρώτοι** μεταξύ τους;

13. Αν δύο ή περισσότεροι φυσικοί αριθμοί είναι αναλυμένοι σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, πώς βρίσκεται:

α. ο **Μ.Κ.Δ.** β. Το **Ε.Κ.Π.** των αριθμών αυτών;

14. Να γράψετε τα **κριτήρια διαιρετότητας** ενός φυσικού αριθμού:

α. Με το **10**, **100**, ..., β. Με το **2**, γ. Με το **5**,

δ. Με το **3** ή το **9**, ε. Με το **4** ή **25**.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

15. Πώς ορίζεται:

i. το κλάσμα $\frac{1}{\nu}$ και ii. το κλάσμα $\frac{\kappa}{\nu}$;

16. Πότε ένα κλάσμα είναι:

i. ίσο με 1 ii. μεγαλύτερο του 1 και iii. ίσο με το 0

17. α. Πότε δύο κλάσματα λέγονται **ισοδύναμα** ή **ίσα**;

β. Ποιες **ιδιότητες των ισοδύναμων κλασμάτων** γνωρίζετε ;

18. α. Τι ονομάζεται **απλοποίηση** ενός κλάσματος;

β. Ποιο κλάσμα λέγεται **ανάγωγο**;

19. α. Ποια κλάσματα λέγονται **ομώνυμα**;

β. Ποια κλάσματα λέγονται **ετερώνυμα**;

20. α. Πως **προσθέτουμε** δύο η περισσότερα κλάσματα;

β. Πως **αφαιρούμε** δύο κλάσματα;

γ. Πως **πολλαπλασιάζουμε** δύο ή περισσότερα κλάσματα;

δ. Πως **διαιρούμε** δύο κλάσματα;

ε. Ποια κλάσματα λέγονται **αντίστροφα**;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

21. Ποιες είναι οι βασικές μονάδες μέτρησης, ποιες οι υποδιαιρέσεις και ποια τα πολλαπλάσια,

α. του μήκους, β. του εμβαδού, γ. του όγκου,

δ. του χρόνου, ε. της μάζας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

22. α. Τι λέγεται **εξίσωση** με έναν άγνωστο;

β. Τι λέγεται **λύση** ή **ρίζα** μιας εξίσωσης;

23. α. Πότε μια εξίσωση λέγεται **ταυτότητα** ή **αόριστη**;

β. Πότε μια εξίσωση λέγεται **αδύνατη**;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο ΠΟΣΟΣΤΑ

24. α. Τι λέγεται ποσοστό επί τοις εκατό και πώς συμβολίζεται;

β. Τι λέγεται ποσοστό επί τοις χιλίοις;

25. α. Πως βρίσκεται το ποσοστό στο οποίο αναλογεί, ένα μέρος α ενός μεγέθους β;

β. Πως βρίσκουμε το α% του β;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6ο ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ - ΑΝΤΙΣ. ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ

26. Ποιο ζεύγος αριθμών λέγεται **διατεταγμένο**;

27. Τι είναι το **ορθοκανονικό** σύστημα ημιαξόνων;

28. Πως ορίζονται οι **συντεταγμένες** ενός σημείου Μ(α, β) του επιπέδου ενός ορθογωνίου συστήματος ημιαξόνων;

29. α. Πως ορίζεται ο λόγος δύο ομοειδών μεγεθών;

β. Τι ονομάζεται **αναλογία**;

γ. Πότε δύο σχήματα λέγονται **όμοια**;

δ. Πως ορίζεται η **κλίμακα** ενός σχεδίου (ή εικόνας;)

ε. Να γράψετε δύο ιδιότητες αναλογιών.

30. α. Πότε δύο ποσά λέγονται **ανάλογα**;

β. Τι ονομάζεται **συντελεστής αναλογίας** δύο ανάλογων ποσών;

γ. Ποια σχέση συνδέει δύο ανάλογα ποσά με τον συντελεστή αναλογίας;

δ. Με **ποιους τρόπους** μπορούμε να διαπιστώσουμε αν δύο ποσά είναι **ανάλογα**;

31. α. Πότε δύο ποσά λέγονται **αντιστρόφως ανάλογα**;

β. Αν δύο ποσά x, y είναι αντιστρόφως ανάλογα, τι γνωρίζετε για το γινόμενο των αντίστοιχων τιμών τους;

γ. Πως ονομάζεται η καμπύλη, τα σημεία της οποίας παριστούν τα ζεύγη x, y των αντίστοιχων τιμών δύο αντιστρόφως ανάλογων ποσών;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7ο ΘΕΤΙΚΟΙ ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

32. α. Ποιοι αριθμοί λέγονται:

i. θετικοί ii. αρνητικοί;

β. Πότε δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται **ομόσημοι**;

γ. Πότε δύο αριθμοί λέγονται **ετερόσημοι**;

δ. Ποιοι είναι οι ακέραιοι αριθμοί;

ε. Ποιοι είναι οι ρητοί αριθμοί;

33 Τι είναι ο **άξονας** των ρητών αριθμών;

34. Πως ορίζεται η **απόλυτη τιμή** ενός ρητού αριθμού;

35. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται **αντίθετοι**;

36. Από δύο ρητούς αριθμούς πάνω στον άξονα των αριθμών, ποιος είναι ο μεγαλύτερος;

37. Πως **προσθέτουμε** δύο ρητούς αριθμούς;

38. Πως **αφαιρούμε** δύο ρητούς αριθμούς;

39. Πως **πολλαπλασιάζουμε** δύο ρητούς αριθμούς;

40. Πως **διαιρούμε** δύο ρητούς αριθμούς;

41. Πως ορίζεται η **δύναμη** με βάση το ρητό α και εκθέτη το φυσικό $\nu \geq 1$;

42. α. Να γράψετε τις **ιδιότητες δυνάμεων** με εκθέτη φυσικό, και

β. Να διατυπώσετε τους αντίστοιχους κανόνες αυτών των ιδιοτήτων.

43. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

i. $\alpha^0 =$....., $\alpha \neq 0$, ii. $\alpha^{-\nu} =$.............., όπου $\alpha \neq 0$ και ν φυσικός

iii. $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu}$ =............., όπου $\alpha, \beta \neq 0$ και ν φυσικός.

ΜΕΡΟΣ Β΄ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΕΩΜΕΤ. ΕΝΝΟΙΕΣ

44. α. Πόσα ευθύγραμμα τμήματα υπάρχουν με άκρα δύο σημεία Α και Β;

β. Από ένα σημείο πόσες ευθείες διέρχονται;

γ. Από δύο σημεία πόσες ευθείες διέρχονται;

45. Ποιες ημιευθείες ονομάζονται **αντικείμενες**;

46. α. Τι ονομάζουμε **απόσταση** δύο σημείων Α και Β;

β. Τι ονομάζουμε μέσο ενός ευθύγραμμου τμήματος;

47. Τι ονομάζεται **διχοτόμος** γωνίας;

48. Τι γνωρίζετε για τις γωνίες της βάσης ισοσκελούς τριγώνου;

49. Πότε μια γωνία λέγεται:

α. ορθή β. οξεία γ. αμβλεία δ. ευθεία

ε. κυρτή στ. μη κυρτή ζ. μηδενική και η. πλήρης.

50. Πότε δύο ευθείες είναι **κάθετες**;

51. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται **εφεξής**;

52. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται:

α. **Παραπληρωματικές**,

β. **Συμπληρωματικές**

γ. **Κατακορυφήν** – Τι γνωρίζετε για δύο κατακορυφής γωνίες;

53. α. Πότε δύο ευθείες λέγονται **παράλληλες**;

β. Ποιες είναι οι **δυνατές θέσεις δύο ευθειών** στο επίπεδο;

54. Τι ονομάζουμε;

α. Απόσταση δύο σημείων Α και Β,

β. **Απόσταση σημείου** Α από ευθεία ε,

γ. **Απόσταση** δύο **παράλληλων** ευθειών.

55. α. Τι λέγεται **κύκλος**;

β. Τι είναι ο **κυκλικός δίσκος**;

56. Να γράψετε τους ορισμούς:

α. χορδή β. διάμετρος γ. τόξο κύκλου

57. α. Τι λέγεται **επίκεντρη** γωνία σε κύκλο;

β. Αν δύο επίκεντρες γωνίες σε κύκλο είναι ίσες, τι γνωρίζετε για τα αντίστοιχα τόξα τους; Ισχύει και το αντίστροφο; Να διατυπώσετε τη σχετική πρόταση.

γ. Ποιά η σχέση του μέτρου μιας επίκεντρης γωνίας με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου της;

58. α. Ποιες **σχετικές θέσεις** μπορεί να έχουν σε ένα επίπεδο, ένας **κύκλος** και μια **ευθεία**;

β. Τι γνωρίζετε για τη σχέση της ακτίνας του κύκλου με την απόσταση του κέντρου του από την ευθεία στην κάθε περίπτωση στο α) ερώτημα;

ΜΕΡΟΣ Β΄ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

59. α. Πως ορίζεται το **συμμετρικό** ενός **σημείου** Α ως προς την **ευθεία** ε;

β. Πως βρίσκουμε το συμμετρικό ενός σημείου Α, που δεν ανήκει σε ευθεία ε, ως προς την ευθεία ε;

γ. Αν ένα σημείο Α ανήκει σε ευθεία ε, ποιο είναι το συμμετρικό του ως προς την ευθεία ε;

δ. Αν Α΄ είναι το συμμετρικό ενός σημείου Α ως προς την ευθεία ε, ποιο είναι το συμμετρικό σημείο του Α΄ ως προς την ευθεία ε; Πως λέγονται τα σημεία Α και Α΄;

60. α. Πότε δύο **σχήματα** (Σ_1) και (Σ_2) λέγονται **συμμετρικά** ως προς την **ευθεία** ε;

β. Τι σχέση έχουν δύο συμμετρικά ως προς την ευθεία σχήματα;

61. α. Τι ονομάζεται **άξονας συμμετρίας** ενός σχήματος;

β. Ποιο είναι το συμμετρικό ενός σχήματος με άξονα συμμετρίας, ως προς άξονα τον άξονα συμμετρίας του;

62. α. Να γράψετε τον ορισμό της **μεσοκαθέτου** ευθυγράμμου τμήματος.

β. Ποιες είναι οι ιδιότητες της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος – Ποια είναι η ‘‘**χαρακτηριστική**’’ ιδιότητα της **μεσοκαθέτου** ευθυγράμμου τμήματος;

γ. Ποιοι είναι οι **άξονες συμμετρίας**, ενός **ισοσκελούς** τριγώνου, ενός **ισοπλεύρου** τριγώνου και ενός **κύκλου**;

63. α. Πως ορίζεται το συμμετρικό ενός σημείου Α ως προς το κέντρο Ο;

β. Πως κατασκευάζουμε το συμμετρικό ενός σημείου Α ως προς το κέντρο Ο;

64. α. Αν Α΄ είναι το συμμετρικό ενός σημείου Α ως προς κέντρο Ο, ποιο είναι το συμμετρικό του Α΄ ως προς κέντρο Ο; Πως λέγονται τα σημεία Α και Α΄;

β. Πότε δύο σημεία Α και Α΄ είναι συμμετρικά ως προς κέντρο Ο;

65. α. Πότε δύο σχήματα (Σ_1) και (Σ_2) λέγονται **συμμετρικά** ως προς σημείο Ο;

β. Τι σχέση έχουν δύο συμμετρικά ως προς κέντρο Ο σχήματα;

66. α. Τι ονομάζεται **κέντρο συμμετρίας** ενός σχήματος;

β. Ποιο είναι το συμμετρικό ενός σχήματος με κέντρο συμμετρίας ως προς κέντρο το κέντρο συμμετρίας του;

67. α. Ποιο είναι το **κέντρο συμμετρίας** ενός **παραλληλογράμμου**;

β. Τι γνωρίζετε για τις συμμετρικές ως προς κέντρο ευθείες;

γ. Τι γνωρίζετε για τα συμμετρικά ως προς κέντρο ευθύγραμμα τμήματα;

68. Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από μία άλλη ευθεία, ποια η σχέση:

i. **Δύο εντός εναλλάξ γωνιών**

ii. **Δύο εντός και επί τα αυτά γωνιών.**

iii. **Δύο εντός – εκτός και επί τα αυτά γωνιών.**

ΜΕΡΟΣ Β΄ | ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο | ΤΡΙΓΩΝΑ-ΠΑΡΑΛ/ΓΡΑΜΜΑ ΤΡΑΠΕΖΙΑ

69. α. Ποια είναι τα **πρωτεύοντα** στοιχεία ενός τριγώνου;

β. Ποια είναι τα **δευτερεύοντα** στοιχεία ενός τριγώνου;

70. Να γράψετε τους ορισμούς:

α. **Διαμέσου** τριγώνου β. **ύψους** τριγώνου

γ. **Διχοτόμου** τριγώνου

71. Να γράψετε τα είδη τριγώνων:

α. ως προς τις γωνίες β. ως προς τις πλευρές

72. α. Τι γνωρίζετε για το **άθροισμα** των **γωνιών** κάθε **τριγώνου;**

β. Τι γνωρίζετε για τις οξείες γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου; Καθώς και για τις οξείες γωνίες του ορθογωνίου και ισοσκελούς τριγώνου;

γ. Τι γνωρίζετε για την **εξωτερική γωνία** κάθε τριγώνου;

73. α. Ποιος είναι ο **άξονας συμμετρίας** ενός **ισοσκελούς** τριγώνου;

β. Ποιες άλλες ιδιότητες γνωρίζετε στο ισοσκελές τρίγωνο;

74. α. Ποιοι είναι οι **άξονες συμμετρίας** ενός **ισοπλεύρου** τριγώνου;

β. Ποιες άλλες ιδιότητες γνωρίζετε στο ισόπλευρο τρίγωνο;

75. α. Τι λέγεται **παραλληλόγραμμο**;

β. Τι ονομάζεται βάση και τι ύψος παραλληλογράμμου;

76. Τι λέγεται:

α. **Ορθογώνιο** β. **ρόμβος** γ. **τετράγωνο**

77. α. Τι λέγεται **τραπέζιο**;

β. Τι λέγονται βάσεις και τι ύψος τραπεζίου;

γ. Ποιο **τραπέζιο** λέγεται **ισοσκελές**;

78. Ποιες ιδιότητες γνωρίζετε:

α. Στο **παραλληλόγραμμο** β. **Στο ορθογώνιο**

γ. Στο **ρόμβο** β. **Στο τετράγωνο** ε. Στο **ισοσκελές τραπέζιο**

Λίγα λόγια για την εξεταστέα ύλη και τα θέματα

Όπως είναι γνωστό τα θέματα στις εξετάσεις του Γυμνασίου χωρίζονται σε δύο κατηγορίες.

- Την Θεωρία και τις Ασκήσεις.

  Έχουμε 2 Θεωρίες και 3 Ασκήσεις.

  Πρέπει να απαντήσουμε 1 θέμα Θεωρίας και να λύσουμε 2 Ασκήσεις.

- Δεν πρέπει να ανακατεύουμε ερωτήματα από τα διάφορα θέματα.

- Θέματα Θεωρίας θεωρούνται αυτά που είναι με σαφήνεια διατυπωμένα μέσα στο Σχολικό βιβλίο.
- Συνήθως οι καθηγητές βάσει νόμου "χαρίζουν" ένα τμήμα της ύλης.

ΜΕΡΟΣ Α΄ Άλγεβρα

ΜΕΡΟΣ Β΄ Γεωμετρία

Κεφ. 1.

S.O.S ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΕΦΟΛΗΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ

1. Διαιρετότητα (κριτήρια - ταυτότητα διαίρεσης - πρώτοι, σύνθετοι).
2. Ορισμοί: Κλάσμα, Ισοδύναμα κλάσματα, Ανάγωγο κλάσμα,γωνία, είδη γωνιών, εφεξής, διαδοχικές, παραπληρωματικές, συμπληρωματικές, κατά κορυφήν.
3. Ορισμοί: Διάμεσος, Υψος, Διχοτόμος τριγώνου, Κύκλος και στοιχεία του,
4. Πράξεις-Ιδιότητες θετικών αρνητικών αριθμών - Ορισμός δύναμης

Ιδιότητες δυνάμεων

5. Είδη τετραπλεύρων, ιδιότητες παραλληλογράμμων.

Τι πρέπει να προσέξετε απο ασκήσεις-παραδείγματα-εφαρμογές σχολ. βιβ

ΑΛΓΕΒΡΑ **ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

Σελ.	Ασκήσεις	Παρ.-εφαρ	Σελ.	Ασκήσεις	Παρ.-εφαρ.
26	3, 5, 6		177		1, 2
46	8, 9		178		6
49	8, 9		179	7, 9, 11	
51	5, 9		216	2, 4, 5	2
61	8, 9		222		1, 2, 6
67	6, 9		224	4, 5, 8, 9	
74	10, 11				
81	4, 5, 6				
83	5, 6				
92	6, 8				
98	3, 4, 6				
105	6, 7				
109	3, 4				
121	11, 12				
125	7, 8				
128	3, 4, 8				
132	6, 7, 8				
134	4, 6				
139	3				
142	2, 3				

S.O.S ΤΥΠΟΙ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΕΦΟΛΗΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ

1. Προτεραιότητα πράξεων .
(Δίνεται μια αριθμητική παράσταση και ζητείτα η τιμή της)

2. Ασκήσεις που αναφέρονται σε παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μια άλλη ευθεία και σχηματίζουν γωνίες εντός εναλλάξ κ.τ.λ, υπολογισμός γωνιών τριγώνου, υπολογισμός παραπληρωματικών κατα κορυφήν.

3. Δίνονται κάποιοι αριθμοί και καλείστε να απαντήσετε αν διαιρούνται με το 2, 3, 5, κ.τ.λ

4. Προβλήματα με ποσοστά, ανάλογα ποσά και αντιστρόφως ανάλογα ποσά.

Συνήθως δίνεται η αρχική αξία ενός προιόντος καθώς και η αύξηση ή μείωση της αξίας και ζητείται η τελική τιμή ή δίνεται η αρχική και η τελική τιμή και ζητείται το ποσοστό της μεταβολής.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

1. Να διατυπώσετε τις παρακάτω προτάσεις με μαθηματικές εκφράσεις:

α. το διπλάσιο ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 5

β. ένας αριθμός αυξημένος κατά το πενταπλάσιο του

γ. ο αντίστροφος ενός αριθμού είναι 8

δ. τα $\frac{2}{3}$ ενός αριθμού αυξημένα κατά 2 κάνουν $\frac{9}{2}$

ε. το μισό του αθροίσματος δύο αριθμών

ζ. τα $\frac{2}{3}$ ενός αριθμού μειωμένα κατά 2

η. ένας αριθμός αυξημένος κατά τα $\frac{5}{9}$ αυτού

2. Δίνεται ο αριθμός 54.317. Να τον στρογγυλοποιήσετε στην πλησιέστερη:

α. δεκάδα β. εκατοντάδα γ. χιλιάδα

3. Δίνεται ο αριθμός 3,317. Να τον στρογγυλοποιήσετε στο πλησιέστερο:

α. δέκατο β. εκατοστό γ. χιλιοστό

4. Να κάνετε τους πολλαπλασιασμούς:

α. $273 \cdot 0{,}1$ β. $51{,}7 \cdot 0{,}01$ γ. $215{,}8 \cdot 0{,}01$ δ. $10{,}23 \cdot 0{,}001$

ε. $12345 \cdot 0{,}002$

5. Να βρείτε το Ε.Κ.Π. των αριθμών:

α. 10, 15 β. 6, 8 γ. 3, 4, 8 δ. 5, 6, 15

6. Να γίνουν οι πράξεις:

α) $3^2 - 2 \cdot 3 + 2^3$ β) $2^6 - 6^2 + 2 \cdot 6$ γ) $8^2 - 6^2 + 7 \cdot 3 - 0{,}5^2$

7. Να βρείτε το Μ.Κ.Δ. των αριθμών:

α. 21, 66 β. 9, 36 γ. 10, 15, 20 δ. 21, 36, 75

8. Ο Μ.Κ.Δ. των αριθμών 48, 36, x είναι το 6. Αν ο x είναι μικρότερος από το 21 και μεγαλύτερος από το 15 να βρεθεί.

9. Από τους αριθμούς 144, 170, 1023, 3475, 8280 να βρείτε ποιοι διαιρούνται:

α. με το 2 β. με το 3 γ. με το 5 δ. με το 9

10. Να βρεθούν οι αριθμοί που όταν διαιρεθούν δια 7 δίνουν πηλίκο 4.

11. Να δικαιολογήσετε γιατί ο αριθμός $K=36\cdot\alpha+18$ διαιρείται ακριβώς δια

α. 6 β. 9

12. Ποιο ψηφίο πρέπει να είναι το α, ώστε ο αριθμός 38.59α να διαιρείται:

α. με το 9, β. με το 2 και το 5 συγχρόνως.

13. Με την επιμεριστική ιδιότητα να συμπληρωθούν τα παρακάτω:

i. $\alpha\cdot(1+\beta)=$ .... ii. $x\cdot(3+2x)=$ .... iii. $x\cdot y+x\cdot\omega=$ ....

iv. $4\alpha+8=$ .... v. $3x^2+x^2y=$........

14. Για δύο λεμονάδες και τρεις πορτοκαλάδες πληρώσαμε 2,1 €. Αν η πορτοκαλάδα είχε 0,5 € πόσα € είχε η λεμονάδα;

Απ: 0,3€

15. Να βρείτε έναν αριθμό που είναι μικρότερος του 100 και διαιρείται ακριβώς με το 5 και όταν διαιρείται με το 2 ή με το 4 ή με το 6 αφήνει υπόλοιπο 1.

Απ: 85

16. Τρία λεωφορεία με αφετηρία την ίδια πλατεία εκτελούν δρομολόγια σε 3 διαφορετικές διαδρομές μιας πόλης. Το πρώτο εκτελεί το δρομολόγιό του σε 18 λεπτά, το δεύτερο σε 24 λεπτά και το τρίτο σε 36 λεπτά. Αν στις 8 π.μ. ξεκίνησαν μαζί, τι ώρα θα ξανασυναντηθούν και πόσες διαδρομές θα έχει πραγματοποιήσει το καθένα;

Απ.: 9.12, 4, 3, 2)

17. Να υπολογιστούν οι τιμές των αριθμητικών παραστάσεων:

$A=42:3+2^4\cdot6-4^2:8$ $B=5\cdot13-7+8\cdot6-36:9$ $\Gamma=8{,}5:3{,}4+(4^2-3^2)\cdot4$

18. Να γίνουν οι πράξεις:

α. $(-42):6+3\cdot 9-(-5)\cdot(-2)$ β. $(-11)\cdot 5\cdot 2-36:9+88:(-1)$

γ. $7^2-3\cdot 4+2\cdot(8^2-7^2)$ δ. $(18\cdot 10):10-2^2\cdot(3-1)^2$

ε. $2^5:8+4\cdot 3-18:9$ στ. $3^2\cdot(2^3-5)-64:(11-3)$

19. Να βρεθεί το x στις παρακάτω περιπτώσεις:

i. $(120:20+2^3\cdot 2)\cdot x=66$ ii. $2\cdot 3^2+3\cdot x=2^3+13$

Απ.: i) x=3, ii) x=1

20. Αν $\alpha=-\frac{1}{3}$, $\beta=\frac{1}{2}$ να βρεθεί η τιμή της παράστασης:

$$A=\alpha:\beta+\alpha(\beta+4)+(-\alpha+\beta)\cdot 6$$

Απ.: $A=\frac{17}{6}$

21. Αν $x=|-2|$ και $y=-|-3|$ να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$$A=x^2+\psi^2-2\cdot x\cdot\psi$$

Απ: A = 25

22. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A=-(-2)^3+3(5^2-10\cdot 2)+(-1)^{2010}:0{,}2-(-3)^2$$

Απ: A=64

23. Να υπολογισθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$A=(-6)^2+3^4:(-9)^2$ $B=-2^2+(2\cdot 5-7)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

$$\Gamma=\frac{(-5)^{-5}}{10^{-5}}+\frac{8^{-4}}{(-16)^{-4}}-\left(\frac{7}{14}\right)^3(-2)^3\cdot 2^4$$

Απ.: A= –37, $B=4\frac{3}{4}$, Γ=0

24. Να γραφούν οι παραστάσεις:

$A=(3^5\cdot 9^7):27^5$ και $B=(4^2:3^3)\cdot 8^2$ σαν δύναμη ενός αριθμού.

$\Gamma=(-2)^3\cdot(-4)^{-2}:(-2)^{-1}$

Απ.: $A=3^4$ και $B=2^7$ $\Gamma=2^0$

25. Αν $2^\nu=3$ να υπολογισθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$x=2^{\nu+3}-2^{2\nu+1},\quad y=-2^{3\nu+2}:4+2^{\nu-1}\cdot 2$$

Απ.: $x = 6$, $y = -24$

26. Δίνεται ο αριθμός $\alpha=xy\omega-(xy+x)-2y\omega$ όπου $x = -1$, $y = 2$, $\omega = -4$.

Να βρεθούν ο αντίθετος του α και ο αντίστροφός του.

Απ.: -27, $\frac{1}{27}$

27. Αν $x = -2$ να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης:

$$A=(x+1)^{2004}-(-1-x)^{2010}-\left(\frac{x}{2}\right)^{2009}\qquad B=\left(\frac{2}{x}\right)^{-x}-\left(\frac{x}{4}\right)^{x}+1$$

Απ.: $A = 1$, $B=0$

28. Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης:

$$x=\frac{(-3)^3+2^5+(-2)^3}{(-4)^2-5^2}\cdot\frac{2^4+(-3)^3-5}{-2\cdot(-2)^3}\qquad y=\frac{(-2)^3\cdot 2^4\cdot 4^{-2}+8}{3}$$

Απ.: $x=\frac{1}{3}$, $y=0$

29. Να βρεθεί ο x στις παρακάτω περιπτώσεις:

i. $\frac{5}{x-3}=5$ ii. $\frac{7(x+2)}{5}=7$ iii. $\frac{12-x}{2}=\frac{2}{3}$

iv. $\frac{2\cdot 3}{x-4}=2$ v. $\frac{20}{3}=\frac{2x}{9}$ vi. $\frac{x-2}{x}=0$

iii. $\frac{9-x}{2}=0$ vi. $\frac{5}{x-2}=0$

30. Να γίνουν τα σύνθετα κλάσματα απλά:

i. $\dfrac{8-2\cdot 3+\frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{2}{3}}$ ii. $\dfrac{\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{2}{5}:\frac{3}{10}}$

Απ.: i. 15 ii. $\frac{1}{48}$

31. Να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A=\frac{1}{2}-\left(\frac{5}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{25}+3\left(1-\frac{1}{4}\right) \qquad B=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right):4+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right):\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{9}\right)$$

$$\Gamma=\frac{1-\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}:\frac{3-\frac{3}{5}}{1\frac{1}{2}-\frac{3}{4}}$$

Απ.: $A=\frac{5}{2}$, $B=\frac{113}{120}$, $\Gamma=\frac{1}{8}$

32. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$B=(5^2:5).2+(2^5:4^2+3^3:3^2):5-(10:5+13):3$$

$$\Gamma=(2\cdot5)^3+2009^{42}(27-3^3)-1965^{22}(25-5^2)-1^8\cdot1^9\cdot1^3$$

Απ.: B=6, Γ=1

33. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων αν $\alpha=12$, $\beta=6$ και $\gamma=2$

$$A=(\alpha:\beta-\gamma).2+(\alpha:\gamma+\beta:\gamma)+(\alpha-\beta)^2:3^2$$

$$B=(\alpha+\beta+\gamma)^2:2-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2):4+(\alpha:\beta+\beta:\gamma)^2$$

Απ.: A=13, B=179

34. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$A=\frac{1}{5}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{2}{3}\right)^2-2^2\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)-\frac{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)$$

$$B=(4\cdot8\cdot5-10^2):(4\cdot5)+(8^2-7^2)\cdot2+2^5:(5^2-3^2)$$

Απ.: A=13, B=35

35. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων αν $x=3$ και $y=2$:

$$A=(x^2+11):y+(y^3+16):x$$

$$B=(x^2\cdot y+x\cdot y^2):(x^2\cdot y-x\cdot y^2)+x^2\cdot y(x\cdot y^2-y)^2$$

Απ.: A=18, B=1810

36. Αν $\alpha=-2$, $\beta=7$, $\gamma=-9$ να υπολογισθεί η τιμή των παραστάσεων

$A = α-β-γ$ και $B = α-2β-3γ$

Απ.: $A = 0$, $B = 11$

37. Αν $α=-8+(-10)+12+(-1)$, $β=12{,}5+3{,}5+(-16)$ και $γ=\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{4}$

να υπολογισθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A=α-β-γ+7 \quad \text{και} \quad B=2α-3β+γ-A+14$$

Απ.: $A = 0$, $B = 0$

38. Αν $α+β = -3$ να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης

$$A=α-(-β+7-3+γ-2)-(-γ+2)+7$$

Απ.: $A = 0$

39. Αν $α = -2$, $β = 4$, $γ = -3$ να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A = αβ+αγ+βγ-7α \qquad B = 2αβ+αγ-3α$$

Απ.: $A = 0$, $B = -4$

40. Δίνεται ο αριθμός $x=(-24)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{1}{9}\right)+100\cdot(-0{,}05)-\left(-\frac{2}{5}\right)$. Να βρεθεί ο αντίθετος και ο αντίστροφος του x.

Απ.: $\frac{33}{5}$, $-\frac{5}{33}$

41. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i. $-14x= -196$ ii. $\left(-\frac{2}{3}\right)x=1$, iii. $\frac{5}{4}x= -\frac{3}{8}$

iv. $-4x= \frac{7}{2}$ v. $x\cdot\left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{5}{18}$, vi. $\left(-\frac{3}{2}\right):x= -3$

vii. $(-12+2):x=(-3)^0$, viii. $x:\left(-\frac{2}{3}\right)=(-2)^3$

ix. $(-1)^5\cdot(-2)^4\cdot x=(-8)^2$

Απ.: i) $x = 14$, ii) $x=-\frac{3}{2}$, iii) $x = -0{,}3$, iv) $x=-\frac{7}{8}$, v) $x=\frac{1}{3}$, vi) $x=\frac{1}{3}$, vii) $x = -10$, viii) $x=\frac{16}{3}$, ix) $x = -4$

42. Σε μία τάξη τα $\frac{2}{3}$ των μαθητών μαθαίνουν Αγγλικά. Πόσοι είναι οι μαθητές της τάξης αν οι μαθητές που μαθαίνουν αγγλικά ειναι 54;

Απ.: 81 μαθητές

43. Να συμπληρώσετε τα κενά με τον κατάλληλο αριθμό ώστε να προκύψουν ομώνυμα κλάσματα: $\frac{5}{7+8}$, $\frac{18}{16-.....}$, $\frac{3+1}{29-.....}$, $\frac{5-2}{25-.....}$, $\frac{4}{30:\ .....}$

44. Δίνεται ο παρακάτω πίνακας:

x	–3	1	2	–0,5
y	6	–2	–4	1

α. Είναι πίνακας ανάλογων ποσών και γιατί;

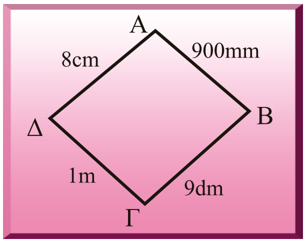
β. Αν $x = -1005$ να βρεθεί η τιμή του y του προηγούμενου πίνακα

Απ: α) ΝΑΙ β) $y = 2010$

45. Αν τα μήκη όλων των ακμών ενός κύβου είναι 36 cm, να υπολογισθούν το Εμβαδό της επιφάνειας του και ο όγκος τους σε m^3.

Απ.: $E=54cm^2$, $V=2{,}7\cdot10^{-8}\ m^3$

46. Να υπολογίσετε την περίμετρο του διπλανού σχήματος:



Απ.: 289 cm

47. Να μετατρέψετε τα 17,5 dm^2 σε:
i. m^2 ii. cm^2 iii. mm^2 v. σε στρέμματα.

48. Να μετατρέψετε σε dm^3:

i. 0,000055 m^3 ii. 700000 mm^3 iii. 14 cm^3

49. Η επιφάνεια μιας αυλής είναι 28 m^2 και στρώθηκε με τετράγωνες πλάκες πλευράς 40 cm. Να βρείτε πόσες πλάκες χρησιμοποιήθηκαν.

Απ.: 175

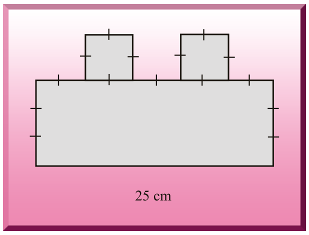
50. Να υπολογίσετε το εμβαδό:

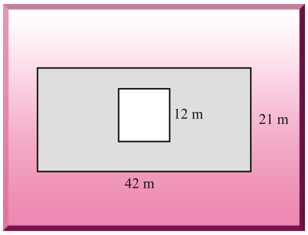
α. τετραγώνου με περίμετρο 100 cm

β. ορθογωνίου με πλάτος 5 dm και περίμετρο 24 dm.

Απ.: α. 625 cm^2 β. 35 dm^2

51. Να υπολογίσετε το εμβαδό των γραμμοσκιασμένων επιφανειών:





Απ.: 87,5 cm^2, 738 m^2

52. Ένα ποδήλατο κινείται με μέση ταχύτητα 24 Km την ώρα. Σε πόσο χρόνο θα καλύψει μιαν απόσταση 30 Km;

Απ.: 1 h 15 min

53. Μια σοκολάτα έχει βάρος 135 gr και κοστίζει 0,6 €. Να βρείτε το βάρος και το κόστος ενός πακέτου που αποτελείται από 50 σοκολάτες.

Απ.: 6,75 Kgr, 30 €

54. Τρεις μαθητές της Α΄, Β΄, Γ΄ τάξης του Γυμνασίου πήραν μέρος στον διαγωνισμό της Βαλκανιάδας Μαθηματικών. Ο μαθητής της Α΄ τάξης απάντησε σωστά σε 10 από τις 12 ερωτήσεις. Ο μαθητής από την Β΄ τάξη σε 15 από τις 18 ερωτήσεις, ενώ ο μαθητής από την Γ΄ σε 19 από τις 24 ερωτήσεις. Να τους βαθμολογήσετε με άριστα το 20.

Απ.: 16,6 - 16,6 - 15,8

55. Ένα θέατρο είναι χωρητικότητας 540 θεατών. Σε μια παράσταση κόπηκαν 360 εισιτήρια. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;

Α: τα $\frac{3}{4}$ των θέσεων είναι κατηλειμμένες.

Β: τα $\frac{2}{3}$ των θέσεων είναι κατηλειμμένες.

Πόσα άτομα θα έπρεπε να είχαν καθίσει για να είναι σωστή η άλλη πρόταση;

Απ.: 405

56. Ένα προϊόν είχε αξία 120 € Αν η τιμή πώλησης του προϊόντος είναι 138€ ποιο είναι το ποσοστό επί της % κέρδους του εμπόρου;

Απ.: 15%

57. Ένα προϊόν είχε 800 €. Στην περίοδο των εκπτώσεων πωλήθηκε 504€. Πόσο τις % ήταν η έκπτωση;

Απ.: 37%

58. Ένα προϊόν έχει τιμή 200 €. Αυξάνεται η τιμή του κατά 30% αλλά επειδή δεν πουλιόταν ξαναμειώθηκε κατά 30%. Ποια είναι πλέον η τιμή του; Πόσο τοις % θα έπρεπε να μειωθεί η τιμή ώστε το προϊόν να έχει πάλι 200 €.

Απ.: 182 €, 26,9%

59. Οι εκπτώσεις ενός καταστήματος ήταν 30% σε όλα τα είδη του. Για ένα παντελόνι πληρώσαμε 31,5 €. Ποια ήταν η αρχική του τιμή;

Απ.: 45 €

60. Ένας έμπορος αγόρασε 1.250 Kgr πορτοκάλια αντί 0,4 € το Kgr. Κατά την μεταφορά και συσκευασία τους καταστράφηκε το 6% του εμπορεύματος. Τα πούλησε με κέρδος 20% επί της τιμής αγοράς. Να βρεθεί το ποσό που πούλησε το κιλό;

Απ.: 0,51 €

61. Το εμπορικό κέρδος για ένα προϊόν είναι 20% ενώ η αξία του είναι 15 €. Αν η επιβάρυνσή του με ΦΠΑ είναι 21% επί της τιμής της αξίας του και του εμπορικού κέρδους να βρεθεί η τιμή πώλησης του προϊόντος αυτού.

Απ.: 21,71 €

62. Η πλευρά ενός τετραγώνου αυξήθηκε κατά 30%. Κατά ποιο ποσοστό αυξήθηκε η περίμετρός του και το εμβαδόν του;

Απ.: π= 30% Ε= 69%)

63. Ποιό είναι το κόστος του καβουρδισμένου καφέ αν η τιμή του φρέσκου είναι 2,64 € το κιλό και είναι γνωστό ότι κατά το καβούρδισμα χάνει το 20% του βάρους του.

Απ.: 3,3 €

64. Για να βάψουμε ένα τοίχο επιφάνειας 8 m^2 χρειάζονται 1,5 lit μπογιά. Πόσα θα πληρώσουμε για να βάψουμε ένα τοίχο 32 m^2 αν γνωρίζουμε ότι τα 5 lit μπογιά κοστίζουν 45 €;

Απ.: 54 €

65. Το δάπεδο ενός δωματίου έχει σχήμα ορθογωνίου διαστάσεων 4m και 3m. Πόσα χρήματα θα πληρώσουμε για να το στρώσουμε με πλακάκια εμβαδού 1 dm^2 αν κάθε πλακάκι κοστίζει 3,42€ ;

Απ.: 4104

66. Τρεις εργάτες στρώνουν με πλακάκια μια πλατεία με διαστάσεις 25 m και 10 m σε 5 ώρες. Σε πόσες ώρες θα πλακοστρώσουν μια άλλη πλατεία διαστάσεων 50 m και 14 m;

Απ.: 14 ώρες

67. Σε ένα τοπογραφικό σχέδιο με κλίμακα 1:2000 απεικονίζεται ένα εργοστάσιο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου με διαστάσεις 4 cm και 6 cm. Ποιό είναι το πραγματικό εμβαδό του εργοστασίου;

Απ.: 9.600 m^2

68. Οι πραγματικές διαστάσεις μιας αποθήκης είναι 28 m και 20 m. Αν στο σχέδιο η αποθήκη έχει πλάτος 5 cm να βρεθεί η κλίμακα του σχεδίου καθώς και το μήκος της αποθήκης σ' αυτό.

Απ.: 1:400 και 7 cm

69. Οι γωνίες ενός τετραπλεύρου είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 2, 3, 4, 6. Να βρείτε τις γωνίες του αν είναι γνωστό ότι το άθροισμα όλων των γωνιών του τετραπλεύρου είναι 360°.

Απ.: 48°, 72°, 86°, 144°)

70. Ένας Δήμος προέκυψε άνω την συνένωση 3 χωριών που είχαν 1.500, 1.800, 2.700 κατοίκους. Η επιχορήγηση έργων σε κάθε περιοχή είναι ανάλογη των κατοίκων της περιοχής. Πόσα € αναλογούν σε κάθε χωριό αν η επιχορήγηση του κράτους είναι 360.000 €;

Απ.: 90.000 €, 108.0000 €, 162.00 €)

71. Ένας πολίτης είχε περιουσία 75.000 € και την μοίρασε ως εξής. Τα $\frac{2}{5}$ αυτής τα χάρισε στο ορφανοτροφείο της περιοχής του, ενώ τα υπόλοιπα τα χάρισε στους 3 ανηψιούς του που ήταν 25, 33, 32 ετών. Πόσα € πήρε κάθε ανηψιός του;

Απ.: 12.500 €, 16.500 €, 16.000 €)

72. Να σχεδιάσετε ένα κύκλο διαμέτρου ΑΒ=5 cm. Να φέρετε τις εφαπτόμενες $ε_1$ και $ε_2$ του κύκλου στα σημεία Α και Β. Τι σχέση έχουν μεταξύ τους οι $ε_1$ και $ε_2$;

73. Δίνεται ένας κύκλος (Κ, ρ) και μια ευθεία (ε) έξω από τον κύκλο. Να φέρετε μια ευθεία (ε΄) παράλληλη προς την (ε) που να είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Α. Αν Β, Γ σημεία της (ε΄) ώστε ΑΒ=ΑΓ να δικαιολογήσετε γιατί ΚΒ=ΚΓ.

74. Ένας κύκλος κέντρου Ο έχει διάμετρο ΑΒ=2ρ. Με κέντρο το Β και ακτίνα ρ να γράψετε ένα δεύτερο κύκλο που τέμνει τον πρώτο στο Μ. Να δικαιολογήσετε ότι:

α. οι πλευρές του ΟΒΜ είναι ίσες δηλ. το τρίγωνο ΟΒΜ είναι ισόπλευρο

β. οι δύο πλευρές του ΟΑΜ είναι ίσες δηλ. το τρίγωνο ΟΑΜ είναι ισοσκελές.

75. Δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές ενώ συγχρόνως η μια από αυτές είναι 20° περισσότερο από το τριπλάσιο της άλλης. Να βρεθούν οι γωνίες αυτές.

Απ.: 140°, 40°

76. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) η γωνία Α είναι τριπλάσια της Β. Να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.

Απ: 36^{0}, 108^{0}

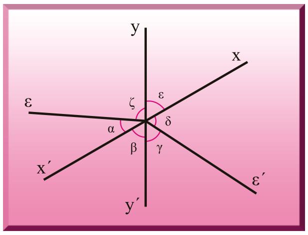
77. Μια γωνία $\hat{\varphi}$ είναι διπλάσια της παραπληρωματικής της γωνίας που είναι ίση με $\frac{3}{5}$ της ορθής. Να βρεθεί πόσες μοίρες είναι η γωνία φ.

Απ.: $\varphi=252^{\circ}$

78. Να υπολογίσετε πόσες μοίρες είναι δύο γωνίες όταν γνωρίζουμε ότι είναι παραπληρωματικές και οι η μία είναι τριπλάσια της άλλης.

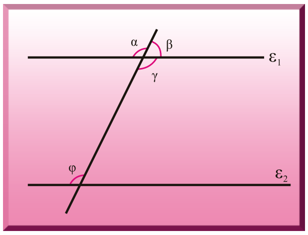
Απ.: 45°, 135°

79. Στο διπλανό σχήμα έχουμε $\hat{\alpha}=50^{\circ}$, $\hat{\beta}=40^{\circ}$, $\hat{\gamma}=60^{\circ}$. Να υπολογισθούν οι υπόλοιπες γωνίες δ,ε,ζ (οι x΄x, y΄y είναι ευθείες).



Απ: $\delta=80^{0}$, $\varepsilon=40^{0}$, $\zeta=90^{0}$

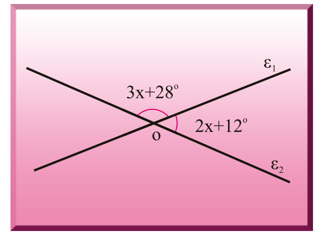
80. Στο διπλανό σχήμα ισχύει $\varepsilon_1//\varepsilon_2$ ενώ $\hat{\varphi}=112^{\circ}$ να βρεθούν οι γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$.



81. Σε ισοσκελές τρίγωνο η γωνία των ίσων σκελών είναι $\frac{4}{5}$ ορθής. Να βρεθεί πόσες μοίρες είναι οι γωνίες της βάσης.

Απ.: 45°

82. Να βρείτε τις γωνίες του διπλανού σχήματος.

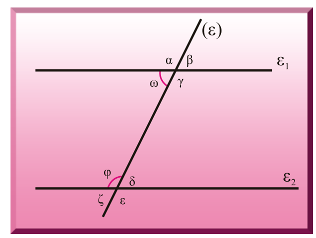


Απ.: 112°, 68°

83. Στο διπλανό σχήμα έχουμε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και φ=2ω.

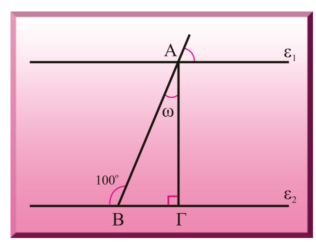
α. Να βρεθούν οι γωνίες φ και ω

β. Να βρεθούν οι υπόλοιπες γωνίες



Απ: 60^0, 120^0 β=δ=ζ=60^0, α=γ=ζ=120^0

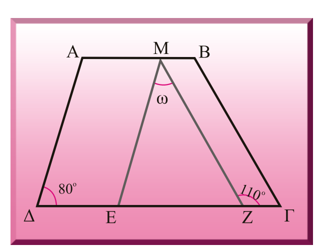
84. Στο διπλανό σχήμα ισχύει $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$, ΑΓ είναι κάθετη στην ε_2 ενώ η $\hat{B}$=100°. Να βρεθεί πόσες μοίρες είναι η γωνία $\Gamma\hat{A}B=\hat{\omega}$. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



Απ: 10^0

85. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ στο οποίο $\hat{B}$=60° και $\hat{\Gamma}$=68°. Θεωρούμε ΑΔ διχοτόμο της γωνίας Α του τριγώνου, και από το Γ μια ευθεία παράλληλη προς την ΑΔ που τέμνει την προέκταση της ΑΒ στο Ε. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΕΓ. Τι είδους τρίγωνο είναι αυτό;

86. Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ το Μ είναι τυχαίο σημείο της ΑΒ. Αν ΜΕ//ΑΔ και ΜΖ//ΒΓ ενώ $\hat{\Delta}$=80°, $M\hat{Z}\Gamma$=110° να βρείτε τη γωνία $\hat{\omega}=E\hat{M}Z$.



Απ.: $\omega=30^0$

87. Ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχει περίμετρο 18 cm, ΑΒ = 2ΒΓ και $\hat{B}=109^\circ$. Να υπολογισθούν οι πλευρές και οι γωνίες του παραλληλογράμμου.

Απ.: 3 cm, 6 cm, $\hat{B}=\hat{\Delta}=109^\circ$, $\hat{A}=\hat{\Gamma}=71^\circ$

88. Ένα παραλληλόγραμμο έχει περίμετρο 22 cm και εμβαδό 12 cm^2. Αν η μια του πλευρά είναι 8 cm να υπολογισθούν τα ύψη του.

Απ.: 4 cm, $\frac{3}{2}$cm

89. Σε τρίγωνο ΑΒΓ θεωρούμε τα ύψη του ΑΔ, ΒΖ. Αν ΑΔ=6 cm, ΒΓ=8 cm, ΑΓ=7 cm. Να βρεθεί το μήκος του ύψους ΒΖ.

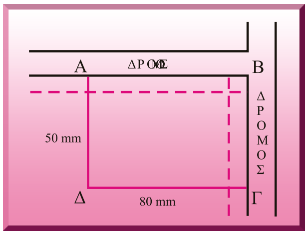
Απ.: 6,857

90. Ένα τρίγωνο και ένα παραλληλόγραμμο έχουν κοινή βάση και ίσα εμβαδά. Αν το ύψος του παραλληλογράμμου είναι 6 cm να υπολογισθεί το ύψος του τριγώνου.

Απ.: 12

91. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει περίμετρο 36 cm ενώ το μήκος του είναι 2 cm μεγαλύτερο από το πλάτος του. Να συγκρίνετε το εμβαδόν του με το εμβαδό τετραγώνου ίδιας περιμέτρου.

92. Στο διπλανό σχήμα το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχει διαστάσεις 50 m και 80 m. Γίνεται διαπλάτυνση των δρόμων κατά 5 m. Ποιο θα είναι το νέο εμβαδό του κτήματος; Πόσο τοις % μίκρυνε το κτήμα;



Απ.: 15,6%

93. Δίνεται ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Μ μέσο της ΔΓ. Αν το εμβαδό του ΑΜΓ είναι 25 cm^2 ενώ το μήκος της ΔΜ είναι 10 cm να βρεθούν οι διαστάσεις του ορθογωνίου.

Απ.: 5 cm, 20 cm

94. Ένα τραπέζιο έχει ύψος 6 cm και εμβαδό 42 cm^2. Αν η μεγάλη βάση του είναι 2,5 φορές μεγαλύτερη από την μικρή να βρεθούν τα μήκη των βάσεων.

Απ.: Β=15, β=6

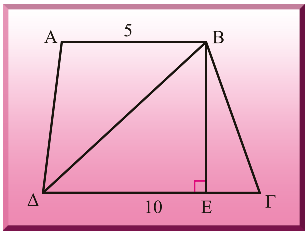
95. Αν $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και ΑΒ τέμνουσα όπως στο σχήμα. Αν πλέον $A\delta_1$, $B\delta_2$ οι διχοτόμοι των γωνιών που τέμνονται στο Κ. Να δείξετε ότι οι δ_1, δ_2 είναι κάθετες.

96. Η γωνία Α ενός ρόμβου είναι 32°. Να υπολογίσετε όλες τις γωνίες του ρόμβου.

97. Η μία πλευρά ενός παραλ/μου είναι 6 cm και η περίμετρός του είναι ίση με την περίμετρο τετραγώνου εμβαδού $49cm^2$. Να βρεθεί η άλλη πλευρά του παραλ/μου.

Απ.: 8 cm

98. Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) ισχύει ΑΒ=5 cm, ΓΔ=10 cm ενώ το εμβαδόν του είναι 30 cm^2. Να βρεθεί το ύψος του ΒΕ και στη συνέχεια το εμβαδό του τριγώνου ΒΔΓ.



Απ.: ΒΕ=4 cm (ΒΔΓ)= 20 cm^2

99. Μια δεξαμενή έχει μορφή ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Το μήκος της δεξαμενής είναι 2,8m, το πλάτος της είναι 2m και το ύψος της είναι 180cm. Η δεξαμενή έχει νερό μέχρι ύψος 70cm. Να βρείτε τον όγκο του νερού που έχει η δεξαμενή και πόσο νερό χωράει ακόμα.

Απ.: 3,92 m^3, 6,16 m^3

33

ΘΕΜΑΤΑ ΟΠΩΣ ΑΚΡΙΒΩΣ ΤΕΘΗΚΑΝ ΣΤΙΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΗΜΟΣΙΑ - ΙΔΙΩΤΙΚΑ ΛΥΚΕΙΑ

1ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

α. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα;

β. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ετερώνυμα;

γ. Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγο;

Θέμα 2ο

α. Να σχεδιάσετε τις σχετικές θέσεις μιας ευθείας ε και ενός κύκλου (Ο, ρ).Στην συνέχεια να ονομάσετε πώς λέγεται η ευθεία ε, σε κάθε μία από τις παραπάνω θέσεις.

β. Να συγκρίνετε την απόσταση του κέντρου Ο του κύκλου (Ο, ρ) από την ευθεία ε με την ακτίνα ρ, σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Από τους αριθμούς 1245, 308, 2246, 111, 2008, 100 να γράψετε αυτούς που διαιρούνται: α. με το 2, β. με το 3, γ. με το 4.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Άσκηση 2η

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A= -2^4 -[(-3)^3 \cdot 4:(-9)]-(-1)^{11} \cdot (3-7)^2 \quad \text{και} \quad B=\frac{2^8}{2^7}-\frac{6^4}{3^4}$$

α. Να αποδείξετε ότι: $A = 20$

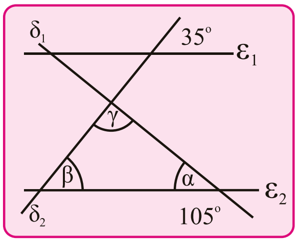
β. Να αποδείξετε ότι: $B = -14$

γ. Να υπολογίσετε τη διαφορά $A-B$.

Άσκηση 3η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$.



2ο

Θ Ε Ω Ρ Ι Α

Θέμα 1ο

α. *Να γράψετε στην κόλλα σας ολοκληρωμένους τους παρακάτω ορισμούς:*

1. **Εξίσωση** με έναν άγνωστο είναι μία ...., που περιέχει αριθμούς και ένα γράμμα που λέγεται ....
2. **Λύση** ή ρίζα μιας εξίσωσης είναι κάθε .... που , όταν αντικαταστήσει τον ...., επαληθεύει την ισότητα.

Μονάδες 3,4

β. *Να γράψετε στην κόλλα σας τον αριθμό της εξίσωσης που είναι στη στήλη Α και δίπλα το γράμμα της λύσης της που βρίσκεται στη στήλη Β.*

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $x + \alpha = \beta$	**α.** $x = \alpha+\beta$
2. $x–\alpha = \beta$	**β.** $x = \alpha–\beta$
3. $\alpha–x = \beta$	**γ.** $x = \beta–\alpha$
4. $\alpha \cdot x = \beta$	**δ.** $x = \alpha:\beta$
5. $x:\alpha = \beta$	**ε.** $x = \alpha \cdot \beta$
6. $\alpha:x = \beta$	**στ.** $x = \beta:\alpha$

Μονάδες 3,3

Θέμα 2ο

α. *Να γράψετε στην κόλλα σας ολοκληρωμένους τους παρακάτω ορισμούς:*

1. Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την .... ενός τριγώνου με το .... της .... πλευράς, λέγεται διάμεσος.
2. Το ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μια .... ενός τριγώνου .... στην ευθεία της .... πλευράς, λέγεται ύψος.

Μονάδες 3,4

β. *Να γράψετε στην κόλλα σας τον αριθμό του είδους του τριγώνου που είναι στη* ***στήλη Α*** *και δίπλα το γράμμα της χαρακτηριστικής ιδιότητάς του που βρίσκεται στη* ***στήλη Β***.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. ορθογώνιο	**α.** Μία γωνία μεγαλύτερη της ορθής.
2. ισοσκελές	**β.** Τρεις πλευρές ίσες.
3. αμβλυγώνιο	**γ.** Όλες οι πλευρές άνισες.
4. σκαληνό	**δ.** Όλες οι γωνίες μικρότερες της ορθής.
5. οξυγώνιο	**ε.** Μία γωνία ορθή.
6. ισόπλευρο	**στ.** Δύο πλευρές ίσες.

Μονάδες 3,3

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Άσκηση 1η

Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

$(-5)+(+8)$, $(-5)+(+5)$, $(-6)-(+6)$, $(-8)+(-11)$, $(+8)-(+7)$,

$(-3):(-2)$, $(-5)\cdot(+2)$, $(-12):(-6)$, $\left(-\frac{3}{4}\right):\left(-\frac{3}{2}\right)$, $(-3{,}9):(+13)$

και να γράψετε τα εξαγόμενά τους στη σειρά από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.

Μονάδες 10x0,6 και 0,7

Άσκηση 2η

Η επίδοση των μαθητών ενός Γυμνασίου χαρακτηρίστηκε κατά 8% ΜΕΤΡΙΑ, 45% ΚΑΛΗ, 40% ΠΟΛΥ ΚΑΛΗ και για τους υπόλοιπους 14 μαθητές ΑΡΙΣΤΗ.

α. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που είχαν ΑΡΙΣΤΗ επίδοση;

Μονάδες 2,2

β. Ποιος είναι ο αριθμός των μαθητών του Γυμνασίου;

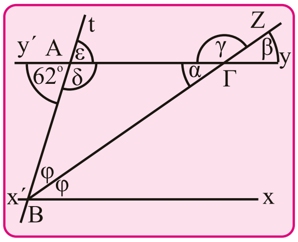
Μονάδες 2,3

γ. Ποιος είναι ο αριθμός των μαθητών που είχαν ΚΑΛΗ επίδοση;

Μονάδες 2,2

Άσκηση 3η

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες x΄x και y΄y είναι παράλληλες και η ημιευθεία Bz είναι η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$.



α. Να εξηγήσετε γιατί η γωνία $\hat{\varphi}$ είναι 31°.

ΜΟΝΑΔΕΣ 1,7

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$, $\hat{\delta}$, $\hat{\varepsilon}$. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

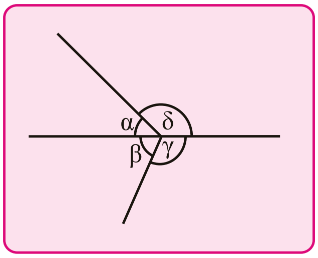
3ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

Α. Ποιες γωνίες λέγονται εφεξής και ποιες παραπληρωματικές;

Β. Στο διπλανό σχήμα ποιες γωνίες είναι εφεξής και ποιες παραπληρωματικές;



Γ. *Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **(Σ)**, αν είναι **σωστές** ή με **(Λ)**, αν είναι **λανθασμένες**.*

1. Η ορθή γωνία είναι μεγαλύτερη από 90°.
2. Οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες.
3. Οι συμπληρωματικές γωνίες έχουν άθροισμα 90°.

Θέμα 2ο

Α. Ποια κλάσματα λέγονται ομώνυμα και ποια ανάγωγα;

Β. Ποια κλάσματα λέγονται ισοδύναμα;

Γ. *Να μεταφέρετε συμπληρωμένες στο γραπτό σας τις παρακάτω προτάσεις:*

1. Αν δύο κλάσματα, με όρους φυσικούς αριθμούς, έχουν τον ίδιο αριθμητή τότε μεγαλύτερο είναι αυτό με το .... παρονομαστή.
2. Αν δύο κλάσματα, με όρους φυσικούς αριθμούς, έχουν τον ίδιο παρονομαστή τότε μικρότερο είναι αυτό με το το .... αριθμητή.

3. Αν $\alpha \cdot \delta = \gamma \cdot \beta$, με $\beta \neq 0$, $\delta \neq 0$ τότε τα κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ είναι ....

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

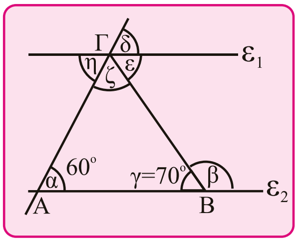
Άσκηση 1η

Δίνονται οι παραστάσεις: $A=\left(\frac{2}{4}+\frac{1}{3}\right):\frac{5}{3}$ $\quad B=\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right):\frac{7}{2}$

1. Να αποδείξετε ότι: $A=\frac{1}{2}$ και $B=\frac{1}{4}$.
2. Να αποδείξετε ότι: $\frac{A}{B}=2$.
3. Να γράψετε τους αντίστροφους των A και $\frac{A}{B}$.

Άσκηση 2η

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και $\hat{\alpha}=60^\circ$ και $\hat{\gamma}=70^\circ$



1. Να δικαιολογήσετε γιατί $\hat{\delta}=60^\circ$.
2. Να δικαιολογήσετε γιατί $\hat{\varepsilon}=70^\circ$.
3. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\eta}$, $\hat{\zeta}$ και $\hat{\beta}$ και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Άσκηση 3η

Ένας ελαιοπαραγωγός μαζεύοντας, από ένα κτήμα του, 450 κιλά ελιές, παίρνει 100 κιλά λάδι. Αν από το ίδιο κτήμα μαζέψει 3600 κιλά ελιές τότε:

1. Να βρείτε πόσα κιλά λάδι θα πάρει;
2. Πόσα σακιά θα χρειαστεί για να βάλει τα 3600 κιλά ελιές που μάζεψε, όταν το κάθε σακί χωράει 48 κιλά ελιές;
3. Από τα παλαιότερα λάδια του έχουν περισσέψει 600 κιλά. Πόσα χρήματα θα εισπράξει αν πουλήσει τα $\frac{3}{4}$ από αυτά τα λάδια προς 1,9 € το κιλό.

4ο

Θ Ε Ω Ρ Ι Α

Θέμα 1ο

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

1. Οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο ονομάζονται ....
2. Αντίθετοι ονομάζονται οι αριθμοί που ....
3. *Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση*

   Για να προσθέσω δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς:

   Α. τους προσθέτω και βάζω το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

   Β. αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

   Γ. τους προσθέτουμε και βάζουμε πρόσημο (+)

   Δ. τους αφαιρούμε και βάζουμε πρόσημο (–)

Θέμα 2ο

1. Πότε δύο ποσά ονομάζονται ανάλογα;
2. Να γράψετε τη σχέση που συνδέει δύο ποσά χ και y που είναι ανάλογα.
3. Ποια είναι η μορφή της γραφικής παράστασης δυο ανάλογων ποσών;

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Άσκηση 1η

Δίνονται οι παραστάσεις:

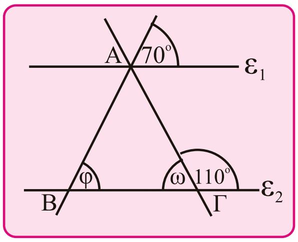
$$A=(5-3)+(4-7)+(-8-1)+(2+1) \qquad B=1+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}$$

i. Να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης Α είναι $A=-7$

ii. Να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης Β είναι $B=\frac{5}{6}$

iii. Να συγκρίνετε τις τιμές των Α και Β

Άσκηση 2η



Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες.

1. Να υπολογίσετε τη γωνία $A\hat{\Gamma}B=\omega$ (Αιτιολογώντας την απάντησή σας).
2. Να υπολογίσετε τη γωνία $A\hat{B}\Gamma=\varphi$ (Αιτιολογώντας την απάντησή σας).
3. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές (Αιτιολογώντας την απάντησή σας).

Άσκηση 3η

Σε μια οικογένεια με δύο παιδιά οι γονείς αμείβουν τα παιδιά τους για τη βοήθεια που προσφέρει στις δουλειές του σπιτιού με χαρτζιλίκι ανάλογα με την ηλικία τους. Ο μεγάλος γιός ηλικίας 12 ετών παίρνει ήδη χαρτζιλίκι εβδομαδιαίο 6 €. Η κόρη που είναι 5 ετών πόσο χαρτζιλίκι πρέπει να πάρει;

5ο

Θ Ε Ω Ρ Ι Α

Θέμα 1ο

α. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ετερόσημοι και ποιοι αντίθετοι;
Δώστε ένα παράδειγμα για κάθε περίπτωση.

β. Να μεταφέρετε στο γραπτό σας συμπληρωμένη την ισότητα

$$\alpha^{\mu}\cdot\alpha^{\nu}=..............$$

και να διατυπώσετε την ιδιότητα που εκφράζει.

γ. *Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις και να τις μεταφέρετε στο γραπτό σας:*

- Από δύο αρνητικούς αριθμούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει την .... απόλυτη τιμή.
- Δύναμη με βάση αρνητικό και εκθέτη άρτιο είναι .... αριθμός.
- Δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός, με εκθέτη το μηδέν είναι ίση με ....
- $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu}$ =.............

Θέμα 2ο

α. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής; Να σχεδιάσετε δύο εφεξής και συμπληρωματικές γωνίες.

β. Τι ονομάζεται κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ; Να σχεδιάσετε κύκλο (Ο, ρ) και να χαράξετε μία χορδή του ΑΒ, τη διάμετρο ΑΓ και την επίκεντρη γωνία $x\hat{O}y$ που έχει αντίστοιχο τόξο το ΑΒ.

γ. *Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις και να τις μεταφέρετε στο γραπτό σας:*

1. Κατακορυφήν γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την κορυφή τους .... και τις πλευρές τους ....
2. Δύο ευθείες του ίδιου επιπέδου που έχουν ένα κοινό σημείο ονομάζονται ....
3. Το μήκος οποιουδήποτε ευθυγράμμου τμήματος, που είναι κάθετο σε δύο παράλληλες ευθείες και έχει τα άκρα του σ' αυτές λέγεται .... των δύο παραλλήλων ευθειών.

4. Όταν η ευθεία και ο κύκλος έχουν μόνο ένα κοινό σημείο, η ευθεία λέγεται .... του κύκλου.

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Άσκηση 1η

Δίνονται οι παραστάσεις: $\alpha=5^2\cdot6+10^2:4-(2^5:2^2)\cdot3^0-(5\cdot8+7)$ και

$\beta=|-2|\cdot(-2)-(-80)\cdot(-1)^0+(-7)^2-(-5^2)$

α. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 120$ **β.** Να αποδείξετε ότι $\beta = 150$

γ. Αν η τιμή του αεροπορικού εισιτηρίου Μυτιλήνη-Αθήνα ήταν σε € ίση με την τιμή της παράστασης α και μετά την αύξηση έγινε ίση με την τιμή της παράστασης β, να υπολογίσετε το ποσοστό της αύξησης.

Άσκηση 2η

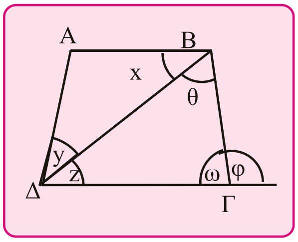
Δίνονται οι παραστάσεις: $\alpha=5+2\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{6}$ και $\beta=\frac{1}{4}+\left(\frac{3}{2}-1\right):\frac{2}{3}$

α. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 5$ και $\beta = 1$.

β. Να συγκρίνετε τα κλάσματα $\frac{\alpha-2}{\beta+3}$, $\frac{\alpha-\beta}{\alpha}$ και να βρείτε ένα κλάσμα μεταξύ των κλασμάτων αυτών.

Άσκηση 3η

Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο (ΑΒ//ΓΔ) με ΑΒ =ΑΔ, $\hat{x}=42^\circ$ και $\hat{\varphi}=132^\circ$.



α. Να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισοσκελές και να δείξετε ότι $\hat{y}=\hat{z}=42^\circ$.

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\omega}$ και $\hat{\theta}$ του τριγώνου ΒΔΓ.

6ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

1. *Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Μη κυρτή γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μεγαλύτερο των 90° και μικρότερο των 180°.

β. Πλήρης λέγεται η γωνία της οποία το μέτρο είναι 180°.

γ. Οξεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μικρότερο των 90°.

δ. Οι πλευρές της ορθής γωνίας είναι αντικείμενες ημιευθείες.

ε. Η ημιευθεία της τελικής πλευράς μιας πλήρους γωνίας ταυτίζεται με αυτή της αρχικής πλευράς.

2. Να γράψετε πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής και να σχεδιάσετε δυο τέτοιες γωνίες.

3. *Να γράψετε στην κόλλα σας ολοκληρωμένες τις παρακάτω προτάσεις:*

α. Δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180° ονομάζονται ....

β. Δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90° ονομάζονται ....

γ. Κατακορυφήν γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την κορυφή τους .... και τις πλευρές τους ....

Θέμα 2ο

1. Να γράψετε τους κανόνες που εφαρμόζουμε για να κατασκευάσουμε ισοδύναμα κλάσματα ή για να διαπιστώσουμε ότι δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα.

2. *Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Αν δύο ή περισσότερα κλάσματα έχουν τον ίδιο αριθμητή λέγονται ομώνυμα.

β. Όταν δύο κλάσματα έχουν διαφορετικό παρονομαστή λέγονται ετερώνυμα.

γ. Από δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή, μικρότερο είναι εκείνο με τον μεγαλύτερο παρονομαστή.

δ. Από δύο ομώνυμα κλάσματα εκείνο που έχει τον μεγαλύτερο αριθμητή είναι μεγαλύτερο.

ε. Αν τα κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμα, τότε $\alpha\cdot\gamma=\beta\cdot\delta$.

στ. Αν τα κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\beta}{\alpha}$ είναι αντίστροφα, τότε $\frac{\alpha}{\beta}:\frac{\beta}{\alpha}=1$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1ο

Δίνεται η παράσταση $5\cdot(A-B):\Gamma$, όπου

$A=4^3:(14-2\cdot3)$, $B=10^2-(4\cdot3^2+7\cdot8)\cdot1^4$ και

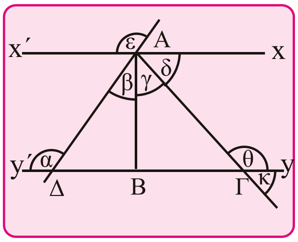
$\Gamma=(3^2-2^3)^{12}+10^3:10^2-10^1$.

α. Να αποδείξετε ότι: $A = B = 8$.

β. Να υπολογίσετε πρώτα την τιμή της παράστασης Γ και στη συνέχεια την τιμή της παράστασης $5\cdot(A-B):\Gamma$.

Άσκηση 2η

Στο διπλανό σχήμα: οι ευθείες xx΄ και yy΄ είναι παράλληλες και το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ είναι κάθετο σ' αυτές.



Αν $x'\hat{A}\Delta=50^\circ$ και η ΑΓ είναι διχοτόμος της γωνίας $B\hat{A}x$, να υπολογίσετε, χωρίς μοιρογνωμόνιο, τις γωνίες $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}, \hat{\delta}, \hat{\varepsilon}, \hat{\theta}$ και $\hat{\kappa}$.

Άσκηση 3η

Αν $A=-\dfrac{(-2)(-3)(-1)}{-3-(-2+3)}$ και $B=\left[\dfrac{1}{4}-\left(-\dfrac{3}{2}\right):(-2)\right]\cdot[0,1(-10)-(-0,4)(-5)]$,

τότε:

α. Να αποδείξετε ότι: $A=-\dfrac{3}{2}$

β. Να αποδείξετε ότι: $B=\dfrac{3}{2}$

γ. Να λύσετε την εξίσωση $A\cdot x = B$.

7ο

Θ Ε Ω Ρ Ι Α

Θέμα 1ο

α. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα;

β. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ετερώνυμα;

γ. Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγο;

Θέμα 2ο

α. Να γράψετε πότε ένα τετράπλευρο λέγεται παραλληλόγραμμο.

β. Να γράψετε τις ειδικές περιπτώσεις παραλληλογράμμου.

Να σχεδιάσετε σε κάθε περίπτωση το αντίστοιχο σχήμα.

γ. Να γράψετε τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου.

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Άσκηση 1η

Από τους αριθμούς 2145, 308, 1346, 111, 2008, 100 να γράψετε αυτούς που διαιρούνται:

i. με το 2 ii. με το 3 iii. με το 4

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Άσκηση 2η

Αφού υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A=(8^2-2^4\cdot 3)-(8\cdot 6-4^2\cdot 3)\cdot 10^4$$

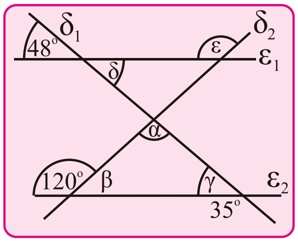
$$B=(3^2-2^3)^{15}$$

$$\Gamma=3^3:(4\cdot 5-11)$$

Να υπολογίσετε και την τιμή της παράστασης: $(2\cdot A+B):\Gamma$

Άσκηση 3η

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε (χωρίς μοιρογνωμόνιο) τις γωνίες α, β, γ, δ και ε και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



8ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

1. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής; Να κάνετε και σχήμα.

2. Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν; Να κάνετε και σχήμα.

3. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Μια γωνία λέγεται αμβλεία όταν είναι μικρότερη από 90°.

β. Οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες.

γ. Παραπληρωματικές λέγονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90°.

δ. Η διάμετρος ενός κύκλου είναι διπλάσια της ακτίνας του.

Θέμα 2ο

1. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα. Να δώσετε ένα παράδειγμα.

2. Πότε δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα. Να δώσετε ένα παράδειγμα.

3. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Από δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή, μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μικρότερο παρονομαστή.

β. Ομώνυμα λέγονται τα κλάσματα που έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

γ. Για να προσθέσουμε δύο ομώνυμα κλάσματα προσθέτουμε τους αριθμητές και τους παρονομαστές τους.

δ. Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε τον διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Δίνονται οι παραστάσεις $α=\frac{2}{3}+\frac{4}{3}$, $β=\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{2}$ και $γ=(6\cdot α):β$.

α. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης α.

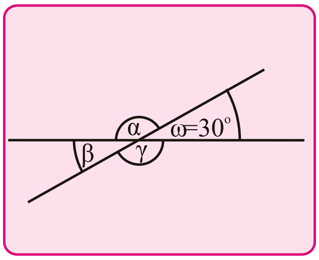
β. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης β.

γ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης γ.

Άσκηση 2η

Στο διπλανό σχήμα η γωνία $\hat{ω}$ είναι 30°.

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{α}$, $\hat{β}$ και $\hat{γ}$.



Άσκηση 3η

Ένας πατέρας είχε 12600 €. Από τα χρήματα αυτά έδωσε το $\frac{1}{4}$ στο γιο του και τα $\frac{2}{5}$ στην κόρη του. Να βρείτε:

α. Πόσα χρήματα έδωσε στο γιο του

β. Πόσα χρήματα έδωσε στην κόρη του

γ. Πόσα χρήματα του έμειναν

δ. Τα χρήματα που του έμειναν ποιο μέρος των αρχικών χρημάτων ήταν;

9ο

Θ Ε Ω Ρ Ι Α

Θέμα 1ο

Α. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ετερώνυμα;

Β. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Για να προσθέσουμε δύο ομώνυμα κλάσματα προσθέτουμε τους αριθμητές τους και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο.

β. Όταν αφαιρούμε δύο ετερώνυμα κλάσματα που οι αριθμητές τους είναι ο ίδιος αριθμός το αποτέλεσμα είναι πάντα μηδέν.

γ. Δύο κλάσματα που έχουν άθροισμα 1 λέγονται αντίστροφα.

δ. Για να πολλαπλασιάσουμε ετερώνυμα κλάσματα πρέπει υποχρεωτικά να τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα.

Θέμα 2ο

Α. Ποιες γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;
(Να κατασκευάσετε 2 τέτοιες γωνίες).

Β. Ποιες γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές;
(Να κατασκευάσετε 2 τέτοιες γωνίες).

Γ. *Να γράψετε στην κόλλα σας σωστά συμπληρωμένες τις παρακάτω προτάσεις.*

α. Δύο γωνίες που έχουν την ίδια κορυφή, μία κοινή πλευρά και δεν έχουν κανένα άλλο κοινό σημείο ονομάζονται ....

β. Δύο γωνίες έχουν την ίδια κορυφή και οι πλευρές τους είναι αντικείμενες ημιευθείες ονομάζονται ....

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Άσκηση 1η

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A=\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right):\left(\frac{7}{20}-\frac{1}{10}\right)-2\cdot\frac{1}{3} \quad \text{και} \quad B=\left(\frac{5}{3}-1\right)\cdot\left(\frac{5}{3}+1\right)$$

α. Να αποδείξετε ότι: $A=\frac{2}{3}$. β. Να αποδείξετε ότι: $B=\frac{25}{9}$.

γ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $9B-6A$.

Άσκηση 2η

Δίνονται οι αριθμοί 1908, 2323, 155, 7524, 2010.

Να βρείτε ποιοι από αυτούς:

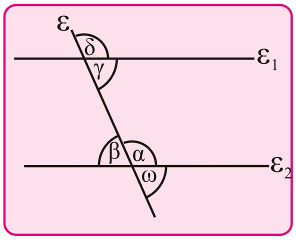
α. Διαιρούνται με τον αριθμό 3. β. Διαιρούνται με τον αριθμό 2.

γ. Διαιρούνται με τον αριθμό 5.

δ. Διαιρούνται ταυτόχρονα με το 2 και το 5;

Άσκηση 3η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και η γωνία $\hat{\alpha}$ είναι διπλάσια από τη γωνία $\hat{\beta}$.



α. Να δικαιολογήσετε γιατί $\hat{\alpha}+\hat{\beta}=180^\circ$

β. Να αποδείξετε ότι $\hat{\beta}=60^\circ$.

γ. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\omega}$, $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$.

10ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

1. α. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα; Γράψτε ένα παράδειγμα.

β. Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγο; Γράψτε ένα παράδειγμα.

γ. *Να μεταφέρετε στην κόλλα σας σωστά συμπληρωμένες τις παρακάτω ισότητες:*

$\alpha : \alpha =$ $\qquad$ $\alpha:1 =$ $\qquad$ $0:\alpha =$

Θέμα 2ο

α. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις που μπορεί να έχουν σ' ένα επίπεδο ένας κύκλος και μια ευθεία; Να κάνετε σχήμα για την κάθε περίπτωση.

β. Ένας κύκλος έχει κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Αν ΟΜ είναι η απόσταση του Ο από μια ευθεία ε, τότε να μεταφέρετε στην κόλλα σας σωστά συμπληρωμένες τις παρακάτω προτάσεις:

i. Αν $OM > \rho$, τότε η ευθεία ε είναι .... του κύκλου.

ii. Αν $OM = \rho$, τότε η ευθεία ε είναι .... του κύκλου στο σημείο ....

iii. Αν $OM < \rho$, τότε η ευθεία ε είναι .... του κύκλου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Αν $x = -2$, τότε να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

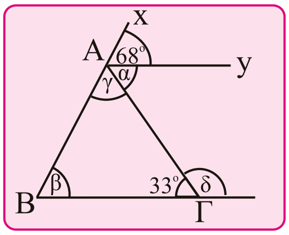
$A=x^2+4x+1$ $\qquad$ $B=x^4+x^3-3x^2+2x+5$

και να βρείτε τα: $A+B$ και $A-B$.

Άσκηση 2η

Στο διπλανό σχήμα είναι Αy//ΒΓ.

Να υπολογίσετε τις γωνίες: $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$.



Άσκηση 3η

Να γράψετε ποιοι από τους αριθμούς 102, 375, 2009, 10000 και 3456 διαιρούνται:

α. με το 2 β. με το 3 γ. με το 5

δ. συγχρόνως με το 2 και το 5

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

11ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

α. Ποιο τρίγωνο λέγεται ορθογώνιο, αμβλυγώνιο, ισόπλευρο;
(ανά περίπτωση να γίνει σχήμα)

Μονάδες 6

β. Υπάρχει τρίγωνο αμβλυγώνιο και συγχρόνως ισόπλευρο;
(αν ΝΑΙ να κάνετε σχήμα)

Μονάδες 1

γ. Υπάρχει τρίγωνο ορθογώνιο και συγχρόνως ισοσκελές;
(αν ΝΑΙ να κάνετε σχήμα)

Μονάδες 1

Θέμα 2ο

α. Πότε δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ισοδύναμα;

Να αναφέρετε ένα παράδειγμα με τρία ισοδύναμα κλάσματα.

Μονάδες 2

β. Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;

Μονάδες 2

γ. Να συμπληρώσετε τις ισότητες αν $\alpha \neq 0$.

$\frac{\alpha}{1} = \ldots,\quad \frac{\alpha}{\alpha} = \ldots,\quad \frac{0}{\alpha} = \ldots,\quad \frac{\lambda \cdot \alpha}{\alpha} = \ldots,\quad \frac{\alpha}{0} = \ldots.$

Μονάδες 4

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Άσκηση 1η

Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

i. $\kappa = \frac{1}{3} + \frac{7}{6} + \frac{3}{2^2}$ ii. $\lambda = \frac{5}{3} - \frac{11}{3^2}$ iii. $\mu = \kappa \cdot \lambda$,

όπου κ και λ τα αποτελέσματα από τα ερωτήματα i) και ii).

Τι είναι οι αριθμοί κ, λ μεταξύ τους και γιατί;

Μονάδες 6

Άσκηση 2η

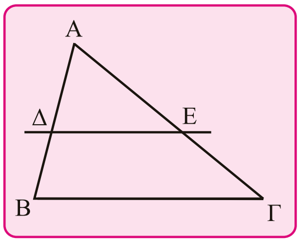
α. Να γράψετε την Ευκλείδεια διαίρεση του 2535 δια του 11. Ποιο είναι το πηλίκο και ποιο το υπόλοιπο;

β. Ο αριθμός 2535 διαιρείται (ακριβώς) με το 2, με το 3, με το 5, με το 11; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Άσκηση 3η

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η ΔΕ είναι παράλληλη στην πλευρά ΒΓ. Αν η γωνία $\hat{ΑΔΕ} = 50^\circ$ και η γωνία $\hat{Γ} = 60^\circ$, να υπολογιστούν οι γωνίες Α, Β και Ε του σχήματος (γράφοντας ΠΩΣ τις βρήκατε):



Μονάδες 6

12ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

Α. Να γράψετε τα κύρια στοιχεία ενός τριγώνου. (Να κάνετε και σχήμα)

Β. Πότε ένα τρίγωνο λέγεται σκαληνό και πόσο είναι το άθροισμα των γωνιών του;

Γ. Να γράψετε τέσσερις ιδιότητες που έχει ο ρόμβος.

Θέμα 2ο

Α. Πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 9 και πότε με το 2;

Β. Πότε ένας αριθμός λέγεται σύνθετος και πότε πρώτος;

Γ. Να γράψετε τρεις ιδιότητες που έχει η πρόσθεση φυσικών αριθμών.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Έχουμε μία κληρονομιά 900000 €. Η εφορία παίρνει φόρο 20% και το υπόλοιπο που μένει μοιράζεται ως εξής: ένας κληρονόμος παίρνει τα $\frac{3}{4}$ και το υπόλοιπο ποσό το παίρνει ένα ίδρυμα.

α. Πόσα χρήματα πήρε η εφορία;

β. Πόσα χρήματα πήρε ο κληρονόμος;

γ. Πόσα χρήματα πήρε το ίδρυμα;

Άσκηση 2η

Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ με γωνίες $\hat{A}$, $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ είναι $\hat{A}=3\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}=5\hat{B}$.
Να υπολογίσετε τις τρεις γωνίες του τριγώνου με εξίσωση.

Άσκηση 3η

Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης:

$$A=\frac{(-9)^3}{3^3}-4.(-5)+(3-2+5-9)^0+\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

13ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

Α. Να δώσετε τους ορισμούς:

1. Ίσα ή ισοδύναμα κλάσματα **2.** Αντίστροφοι αριθμοί

Β. Να βρείτε τους αντίστροφους των αριθμών: $\frac{1}{3}$, 7, $\frac{4}{3}$, α με $\alpha \neq 0$

Θέμα 2ο

Α. Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν;

Β. Να σχεδιάσετε δύο κατακορυφήν γωνίες και να δικαιολογήσετε ότι είναι ίσες.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A=2\cdot(3^3+4^2-13\cdot1^5)+4\cdot(3^2+1)-2^2\cdot5^2$$

$$B=5\cdot(\alpha-\beta+2^3)+3\cdot(2\cdot\alpha+3\cdot\beta-\alpha\cdot\beta), \quad \text{όπου } \alpha=4, \quad \beta=3$$

Άσκηση 2η

Τρία άτομα μοιράζονται ένα σακί πατάτες. Το πρώτο πήρε το 30%, το δεύτερο πήρε 4 κιλά παραπάνω από το πρώτο και το τρίτο 16 κιλά πατάτες.Να βρείτε:

α. Πόσα κιλά πατάτες είχε το σακί;

β. Πόσα κιλά πατάτες πήρε ο δεύτερος και πόσα ο τρίτος;

γ. Τι ποσοστό του συνολικού βάρους πήρε το δεύτερο καθώς και το τρίτο άτομο;

Άσκηση 3η

Οι βάσεις ενός τραπεζίου διαφέρουν κατά 6 cm και το ύψος του είναι 5 cm.Αν το εμβαδόν του τραπεζίου είναι 55 cm^2, να υπολογίσετε τις βάσεις του.

14ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

α. Να δώσετε τον ορισμό της δύναμης α^{ν} όπου ν φυσικός αριθμός.

β. *Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:*

i. $\alpha^{\mu}\cdot\alpha^{\nu}=$................ ii. $(\alpha^{\nu})^{\mu}=$.................,

iii. $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu}=$................ iv. $\alpha^{-\nu}=$................, με $\alpha\neq 0$

v. $\alpha^{0}=$........, $\alpha\neq 0$ vi. $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu}=$..........., με $\alpha\neq0$, $\beta\neq0$

Θέμα 2ο

α. Τι ονομάζουμε μεσοκάθετο ενός ευθύγραμμου τμήματος;

β. Ποια είναι η χαρακτηριστική ιδιότητα που έχουν τα σημεία της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Δίνεται ότι: $\alpha = -5+13-9$, $\beta = (-1)\cdot(+1)\cdot(-2)$, $\gamma = (\beta:\alpha) + 1$ και $A=(\alpha-\beta)^3+(\alpha\cdot\gamma)^{2010}$.Να υπολογίσετε τις παραστάσεις α, β, γ και Α

Άσκηση 2η

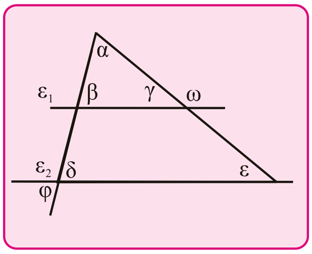
Στο διπλανό σχήμα έχουμε:

$(\varepsilon_1)//(\varepsilon_2)$ και $\omega=144^{\circ}$ και $\varphi=75^{\circ}$

Να υπολογίσετε τις γωνίες:

$\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$, $\hat{\delta}$ και $\hat{\varepsilon}$

και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



Άσκηση 3η

Η αρχική τιμή ενός αυτοκινήτου είναι $T_0 = 20000$ €. Στις αρχές του χρόνου αυξήθηκε κατά 10% και έγινε T_1 όπου και αγοράσθηκε από έναν ιδιώτη. Κάθε χρόνο το αυτοκίνητο χάνει 15% της αξίας του και η τιμή του στην αρχή της επόμενης χρονιάς γίνεται T_2 όπου και το πούλησε.Βρείτε πόσο το αγόρασε (T_1) και πόσο το πούλησε (T_2).

15ο

Θ Ε Ω Ρ Ι Α

Θέμα 1ο

α. Ποιες γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές; (να γίνει σχήμα)

β. Ποιες γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές; (να γίνει σχήμα)

γ. Ποιες γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν; (να γίνει σχήμα)

Θέμα 2ο

α. Ποιοι αριθμοί λέγονται ομόσημοι;

β. Ποιοι αριθμοί λέγονται ετερόσημοι;

γ. Πώς προσθέτουμε δύο ετερόσημους αριθμούς;

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Άσκηση 1η

Ένα προϊόν έχει τιμή 400€ και αυξήθηκε κατά 15%.Μετά την πρώτη αύξηση πήρε και δεύτερη αύξηση 10% επί της νέας τιμής.

α. Ποια είναι η τιμή του προϊόντος μετά την πρώτη αύξηση;

β. Ποια είναι η τελική τιμή μετά τις δύο αυξήσεις;

γ. Ποιο είναι το ποσοστό της αύξησης μετά τις δύο αυξήσεις;

Άσκηση 2η

Δίνονται $\alpha=\frac{7}{2}:\left(8-\frac{9}{2}\right)-2^{13}:2^{12}$ και $\beta=\frac{1}{3}+\frac{4}{3}:\frac{1}{5}-\frac{13}{2}:\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{5}\right)$

α. Να υπολογιστούν οι τιμές των α, β με την απλοποιημένη τους μορφή.

β. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$$A=\alpha^{\beta}+(\beta-3)^{2009}+(\alpha+2008)^{\alpha+1}+(\alpha-\beta)^{3}$$

για τις τιμές των α, β του ερωτήματος (α).

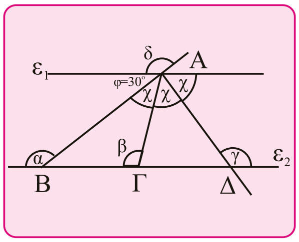
Άσκηση 3η

Στο διπλανό σχήμα η ευθεία ε_1 είναι παράλληλη στην ευθεία ε_2 και $\hat{\varphi}=30^0$.

α. Να υπολογίσετε τη γωνία x

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες α,β,γ,δ.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



16ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

1. α. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα; Να γράψετε ένα παράδειγμα δύο ισοδύναμων κλασμάτων.

β. Ποια κλάσματα ονομάζονται ανάγωγα; Να γράψετε ένα παράδειγμα ενός ανάγωγου κλάσματος.

γ. Ποια κλάσματα ονομάζονται αντίστροφα; Να γράψετε ένα παράδειγμα δύο αντίστροφων κλασμάτων.

Θέμα 2ο

2. α. Τι ονομάζεται απόσταση σημείου από ευθεία; Να τη δείξετε με ένα σχήμα.

β. Ποιες γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές; Να σχεδιάσετε δύο συμπληρωματικές γωνίες.

γ. Ποια γωνία ονομάζεται αμβλεία; Να σχεδιάσετε μια αμβλεία γωνία.

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Άσκηση 1η

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$A=3^2\cdot(2\cdot2^2-5)-64:(11-3)+1^2$ $\qquad B=(-1)^{128}-2\cdot(3-4)^{2005}+(-1)^{89}$

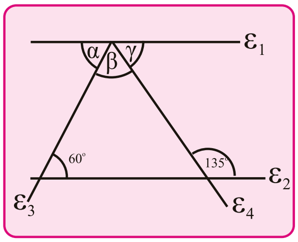
Άσκηση 2η

α. Να λύσετε την εξίσωση: $x+\frac{5}{8}=\frac{7}{4}$

β. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\Gamma=-\frac{(-6)^5}{6^5}+\frac{8^4}{-4^4}-\frac{12^3}{(-6)^3}$

Άσκηση 3η

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}$ (δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας) γνωρίζοντας ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.



17ο

Θ Ε Ω Ρ Ι Α

Θέμα 1ο

Α. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα; (να δοθεί παράδειγμα)

Β. Πώς γίνεται η σύγκριση δύο κλασμάτων;

Γ. Ποια κλάσματα λέγονται αντίστροφα; (να δοθεί παράδειγμα)

Θέμα 2ο

Α. Τι ονομάζουμε παραλληλόγραμμο και τι τραπέζιο; (να κάνετε τα σχήματα)

Β. Ποιες είναι οι ιδιότητες ενός παραλληλογράμμου;

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Άσκηση 1η

α. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2}{3} + \frac{x}{9} = 2$

β. Η λύση της εξίσωσης του ερωτήματος (α) σε ποιες από τις παρακάτω εξισώσεις είναι επίσης λύση;

i. $x+8 = 20$ ii. $x-5 = 10$ iii. $x+3 = x+3$

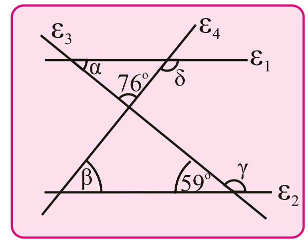
iv. $15-x = 7$ v. $4+x = 9$

Άσκηση 2η

Ένα κατάστημα κάνει 15% έκπτωση σε όλα τα είδη του. Αν ένα παντελόνι στοιχίζει 80€ μια μπλούζα 20€ και μια φούστα 50€, να βρείτε πόσο θα στοιχίσει καθένα από αυτά μετά την έκπτωση.

Άσκηση 3η

Στο σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και τέμνονται απο τις ε_3 και ε_4. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$ (δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας).



18ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

α. Ποιοι αριθμοί λέγονται ομόσημοι και ποιοι ετερόσημοι;

Να δώσετε από ένα παράδειγμα.

Πότε δύο αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι;Να δώσετε ένα παράδειγμα

Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;

Να δώσετε ένα παράδειγμα.

β. *Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:*

Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο .... ο αριθμός.

Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο .... του.

Η απόλυτη τιμή του μηδενός είναι το ....

Θέμα 2ο

α. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής και πότε κατακορυφήν;

Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές και πότε συμπληρωματικές;

β. *Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:*

Δύο ευθείες του ίδιου επιπέδου που δεν έχουν κοινό σημείο λέγονται

....

Η χορδή που περνάει από το κέντρο του κύκλου λέγεται ....

του κύκλου.

Οξεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο .... των 90°.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

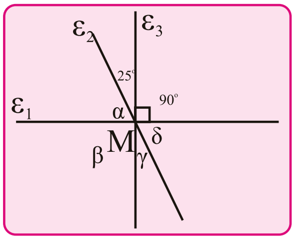
Άσκηση 1η

Αν $A=(-1)\cdot(-2)\cdot 3\cdot\left(+\frac{1}{3}\right)$ και $B=-5+3-7+6$ και $\Gamma=(+2)+(-2)+\left(\frac{10}{3}:\frac{2}{3}\right)$

να υπολογίσετε την παράσταση $K=(B-A)\Gamma-2B$

Άσκηση 2η

Στο διπλανό σχήμα τρεις ευθείες οι ε_1, ε_2 και ε_3 διέρχονται από το σημείο Μ. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$.



Άσκηση 3η

Τα παιδιά της Α΄ Γυμνασίου που είναι 80 συνολικά ρωτήθηκαν που θα περάσουν τις καλοκαιρινές τους διακοπές. Το 10% απάντησε ότι θα πάει κατασκήνωση. Από τους υπόλοιπους το $\frac{1}{2}$ απάντησε ότι θα πάει στον τόπο καταγωγής τους. Να βρείτε:

α. Πόσοι πήγαν κατασκήνωση.

β. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που θα πάνε διακοπές στον τόπο καταγωγής τους.

19ο

Θ Ε Ω Ρ Ι Α

Θέμα 1ο

α. Μεταξύ δύο αρνητικών αριθμών μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει .... απόλυτη τιμή, ενώ μεταξύ δύο ετερόσημων αριθμών μεγαλύτερος είναι ....

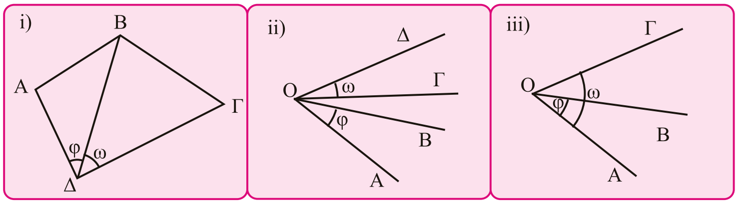
β. Το άθροισμα δύο αρνητικών αριθμών είναι .... αριθμός, ενώ το γινόμενο τους είναι .... αριθμός.

γ. Έχουμε δύο αριθμούς που το γινόμενο τους είναι αρνητικό και το άθροισμα των ίδιων αριθμών είναι θετικό.
Είναι **σωστό** ή **λάθος**, ότι οι αριθμοί αυτοί είναι ετερόσημοι και η απόλυτη τιμή του αρνητικού αριθμού είναι μεγαλύτερη από την απόλυτη τιμή του θετικού αριθμού;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θέμα 2ο

α. Δύο γωνίες που έχουν .... κορυφή, ...πλευρά και .... λέγονται εφεξής.

β. Ποιες από τις γωνίες $\hat{\varphi}$ και $\hat{\omega}$ είναι εφεξής και γιατί;



γ. *Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι **σωστές** και ποιες όχι;*

i. Κάθε ευθύγραμμο τμήμα ΟΑ που ενώνει ένα σημείο Α του κύκλου με το κέντρο Ο είναι διάμετρος του κύκλου.

ii. Όλα τα σημεία του κυκλικού δίσκου απέχουν από το κέντρο απόσταση μικρότερη ή ίση με την ακτίνα του κύκλου.

iii. Διάμετρος του κύκλου λέγεται η χορδή που περνάει από το κέντρο του κύκλου.

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Άσκηση 1η

Το ρεζερβουάρ μιας μοτοσικλέτας γεμίζει με μείγμα που περιέχει 92% βενζίνη και 8% λάδι.

α. Πόσα λίτρα λάδι περιέχουν 15 λίτρα μείγματος;

β. Πόσα λίτρα βενζίνη περιέχουν 20 λίτρα μείγματος;

γ. Αν γεμίσει το ρεζερβουάρ με 27 λίτρα βενζίνη και 3 λίτρα λάδι, τότε πόσο τοις εκατό βενζίνη και λάδι περιέχει το μείγμα αυτό;

Άσκηση 2η

α. Να βρείτε τα x, y, z, όπου:

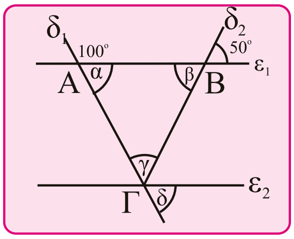
$x = -7-(-15)$ $\qquad$ $y = 3-2\cdot(+4)$ $\qquad$ $z = (-8)\cdot(+2) - (+24):(-6)$

β. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$x + y + z$ $\qquad$ $z - x\cdot y$ $\qquad$ $x - (y-z)$

Άσκηση 3η

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και τέμνονται από τις ευθείες δ_1 και δ_2.



α. Να βρείτε τις γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$

β. Να βρείτε τις γωνίες $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$

γ. Τι είδους τρίγωνο ως προς τις γωνίες είναι το τρίγωνο ΑΒΓ και τι είδους τρίγωνο ως προς τις πλευρές είναι το τρίγωνο ΑΒΓ;

Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.

20ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

i. Τι είναι ανάλογα ποσά, να δώσετε παράδειγμα δύο τέτοιων ποσών.

ii. Τι γνωρίζετε για την γραφική παράσταση της $y = αx$.

iii. Τι είναι αντιστρόφως ανάλογα ποσά και με ποια σχέση συνδέονται;

Θέμα 2ο

i. Ποιες γωνίες λέγονται συμπληρωματικές και παραπληρωματικές;

ii. Ποιες λέγονται εφεξής και ποιες διαδοχικές;

iii. Τι είναι επίκεντρη γωνία και ποια η σχέση της με το τόξο που βαίνει;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Δίνεται η εξίσωση $\frac{x+1}{10} + \frac{4}{5} = 1$

i. Να εξετάσετε αν ο αριθμός 3 την επαληθεύει.

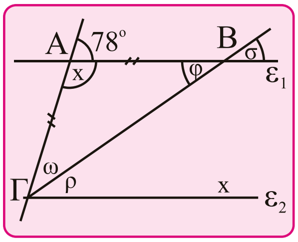
ii. Αν δεν επαληθεύεται για $x = 3$ να την λύσετε.

Άσκηση 2η

Δίνεται $ε_1 // ε_2$ και ΑΓ = ΑΒ. Να βρεθούν οι γωνίες:

i. x ii. $\hat{ω}$ και $\hat{φ}$ iii. $\hat{σ}$ και $\hat{ρ}$

iv. Να εξηγήσετε ότι ΓΒ διχοτόμος της $Α\hat{Γ}x$



Άσκηση 3η

Συσκευάζουμε κεράσια, σε 120 καφάσια των 15kg έκαστο.

α. Αν θέλουμε να τα συσκευάσουμε σε καφάσια των 18kg πόσα καφάσια θα χρειαστούμε;

β. Αν το καφάσι των 15kg κοστίζει 0,25€ και το καφάσι των 18kg κοστίζει 0,32 €, ποια συσκευασία συμφέρει να αγοράσουμε;

21ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

α. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαρείται με το 5;

β. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3;

γ. Να γράψετε ένα τετραψήφιο φυσικό αριθμό με διαφορετικά ψηφία που να διαιρείται ταυτόχρονα με το 5 και το 3.

Θέμα 2ο

α. Πότε ένα τρίγωνο λέγεται ορθογώνιο; (Να κάνετε και το σχήμα)

β. Πότε ένα τρίγωνο λέγεται ισοσκελές; (Να κάνετε και το σχήμα)

γ. i. Ένα τρίγωνο μπορεί να είναι ταυτόχρονα ορθογώνιο και ισοσκελές; (Να κάνετε και το σχήμα)

ii. Ένα τρίγωνο μπορεί να είναι ταυτόχρονα ορθογώνιο και ισόπλευρο; (Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Αν $\alpha = 360$, $\beta = 27$, $\gamma = 2916$, $\delta = 2 \cdot (\gamma : \beta) + (\beta^2 - 2\alpha)$

i. Να βρείτε το δ

ii. Το 360 να το αναλύσετε σε γινόμενο παραγόντων

iii. Να γράψετε το 27 με μορφή δύναμης

iv. Να γράψετε το 2916 σε αναπτυγμένη μορφή με την βοήθεια δυνάμεων του 10.

Άσκηση 2η

Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχει ΑΔ = 4m, ΔΓ = 9m. Ένα ισοσκελές τραπέζιο ΚΛΜΝ έχει βάσεις ΚΛ = 6m, ΜΝ = 4m.

Να βρεθούν:

i. Το εμβαδόν του ορθογωνίου

ii. Πόσα dm είναι η περίμετρος του ορθογωνίου

iii. Αν το τραπέζιο έχει το ίδιο εμβαδόν με το ορθογώνιο να βρεθεί το ύψος του τραπεζίου.

iv. Αν το τραπέζιο έχει την ίδια περίμετρο με το ορθογώνιο, να βρεθούν οι πλευρές ΚΝ, ΜΛ του τραπεζίου. (ισοσκελές)

Άσκηση 3η

Μία κυρία έμπορος έδωσε 4608€ και αγόρασε 48 ισότιμα ταγιέρ. Με τα υπόλοιπα χρήματα της μπορούσε να αγοράσει 16 ισότιμα πλεκτά. Ο βιοτέχνης της τα έδωσε 2€ φθηνότερα το ένα, έτσι μπόρεσε και πήρε 4 πλεκτά παραπάνω.

α. Πόσα € αγόρασε το ένα ταγιέρ;

β. Πόσα € ξόδεψε συνολικά η κυρία;

22ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

α. Αν $Δ = δπ + υ$ με $υ < δ$ είναι η ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης να ονομάζετε τις μεταβλητές Δ, δ, π, υ.

β. Πότε μια Ευκλείδεια διαίρεση λέγεται τέλεια και πότε ατελής;

γ. Αν Δ φυσικός αριθμός:

i. Να υπολογίσετε τα υπόλοιπα των διαιρέσεων Δ : 7

ii. Να βρείτε τους φυσικούς αριθμούς που διαιρούμενοι με το 7 δίδουν πηλίκο 9

Θέμα 2ο

A. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2;

B. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 9;

Γ. Να συμπληρώσετε τα ψηφία του παρακάτω τετραψήφιου αριθμού 1....4.... ώστε να διαιρείται ταυτόχρονα με το 2 και το 9.

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Άσκηση 1η

Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

α. $A=2^3 \cdot 5-\frac{1}{6}\cdot\frac{6}{3}$ **β.** $B=4:\frac{2}{5}-0{,}2\cdot 5+100(1{,}5^2-1{,}2^2)$

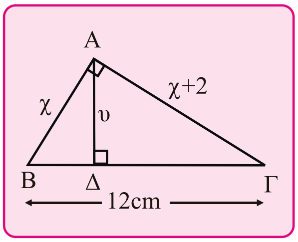
γ. $\Gamma=40\cdot A+5\cdot B-5$

Άσκηση 2η

Ένας έμπορος πούλησε εμπόρευμα με κέρδος 12% επί της αξίας της αγοράς και εισέπραξε 6720 €. Να βρεθεί η αξία της αγοράς του εμπορεύματος και πόσο θα κέρδιζε αν πουλούσε το εμπόρευμα με 8% κέρδος.

Άσκηση 3η

Δίδεται το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του διπλανού σχήματος. Αν ΒΓ = 12cm, ΑΒ = x, ΑΓ = x+2 και η περίμετρος του Π= 30cm, να βρεθούν:



α. Οι κάθετες πλευρές ΑΒ και ΑΓ

β. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ

γ. Το ύψος ΑΔ

23ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

α. Τι είναι ανάγωγο κλάσμα; (Να δώσετε ένα παράδειγμα)

β. Τι είναι ισοδύναμα κλάσματα; (Να δώσετε ένα παράδειγμα)

γ. Τι είναι απλοποίηση; (Να δώσετε ένα παράδειγμα)

Θέμα 2ο

Α. Δίνεται μια ευθεία (ε) και ένας κύκλος (Ο, ρ).

α. Πότε η ευθεία (ε) είναι εξωτερική του κύκλου (Ο, ρ);

β. Πότε η ευθεία (ε) εφάπτεται του κύκλου (Ο, ρ);

γ. Πότε η ευθεία (ε) τέμνει τον κύκλο (Ο, ρ) σε δύο σημεία Α, Β;

Β. α Ποια είναι τα κύρια και ποια τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου;

β. Τι ονομάζουμε ύψος ενός τριγώνου;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Δίνονται οι παραστάσεις: $A=\frac{5}{6}$, $B=\frac{13}{4}$, $\Gamma=A:B+1$

α. Να υπολογίσετε την παράσταση Γ = ...

β. Να συγκρίνετε τις παρακάτω παραστάσεις (Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας) Α με Β, $\frac{1}{4}$ με $\frac{1}{2}$, Β με 1

Άσκηση 2η

Δίνεται γωνία 42° (με σχήμα). Να βρείτε:

α. Την εφεξής και παραπληρωματική της. (Να κάνετε σχήμα)

β. Την εφεξής και συμπληρωματική της. (Να κάνετε σχήμα)

γ. Να βρείτε σε σχήμα την κατακορυφήν των 42° και να υπολογίσετε όλες τις γωνίες που σχηματίζονται.

Άσκηση 3η

α. Τα $\frac{4}{9}$ των υπαλλήλων μιας εταιρείας είναι γυναίκες.Αν οι άνδρες υπάλληλοι είναι 255, πόσοι συνολικά είναι οι υπάλληλοι;

β. Αν 9 κιλά ελιές δίνουν 2,3 κιλά λάδι να υπολογίσετε πόσα κλά λάδι δίνουν 270 κιλά λάδι;

24ο

Θ Ε Ω Ρ Ι Α

Θέμα 1ο

α. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ετερώνυμα;

β. Να συγκρίνετε δύο κλάσματα ομώνυμα και δύο κλάσματα ετερώνυμα με τον ίδιο αριθμητή.

Θέμα 2ο

α. Πότε μια γωνία λέγεται ορθή πότε οξεία, πότε αμβλεία και πότε ευθεία;

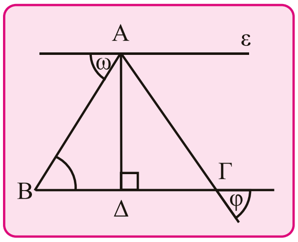
β. Να γίνουν τα σχήματα και να ονομαστούν οι γωνίες.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και ευθεία ε//ΒΓ. Αν $\hat{B}=48^\circ$ να βρεθούν οι γωνίες $\hat{\Gamma}$, $\hat{A}$ του τριγώνου ΑΒΓ και οι γωνίες $\hat{\omega}$ και $\hat{\varphi}$.

Αν $A\Delta \perp B\Gamma$ να βρείτε την γωνία $\Delta\hat{A}\Gamma$.



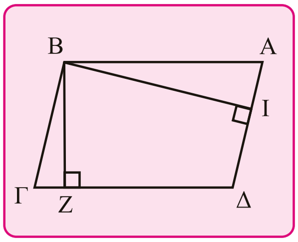
Άσκηση 2η

Να βρεθούν τα α, β, γ, δ, ε όπου

$\alpha = 1{,}924 : 37$, $\beta = 2^3$, $\gamma=\frac{2}{4}+\frac{5}{2}$, $\delta=\frac{1}{2}\cdot 4$, $\varepsilon = 2\beta + 3\gamma - 10\delta + 1000\alpha$

Άσκηση 3η

Ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχει περίμετρο 24m, ΔΓ= 8m, ΒΖ= 60dm, (όπου ΒΖ ύψος). Να βρείτε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου και το δεύτερο ύψος του ΒΙ.



25ο

Θ Ε Ω Ρ Ι Α

Θέμα 1ο

α. Πώς προσθέτουμε δύο ρητούς αριθμούς; Να κάνετε τις παρακάτω προσθέσεις:

(+3) + (+8) = ..., (+5) + (–13) = ...,

(–20) + (–14) = ..., (–12,3) + (+4,2) = ...

β. Πώς αφαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς; Να κάνετε την αφαίρεση:

(+2012)–(+4) = ...

γ. Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο ρητούς αριθμούς; Να εκτελέσετε τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς:

α. $\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(+\frac{5}{8}\right)=$........β) $\left(+\frac{4}{7}\right)\cdot\left(+\frac{5}{2}\right)=$........ γ. $\left(-\frac{6}{7}\right)\cdot\left(-\frac{8}{3}\right)=$.........

Θέμα 2ο

i. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής; Να σχεδιάσετε δύο εφεξής γωνίες.

ii. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές; Να σχεδιάσετε μια γωνία 38° και να βρείτε την παραπληρωματική της.

iii. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές; Να σχεδιάσετε μια γωνία 35° και να βρείτε την συμπληρωματική της.

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Άσκηση 1η

Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

α. $A=(-2)^4 \cdot 5-6\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]$

β. $B=\frac{(-8)^6}{4^6}-\frac{22^6}{(-11)^6}+\frac{(-36)^3}{18^3}$ γ. $\Gamma=20A-2B^2-64$

Άσκηση 2η

Ένας έμπορος πούλησε εμπόρευμα με κέρδος 40% επί της αξίας της αγοράς και εισέπραξε 28000€. Να βρεθεί η αξία της αγοράς του εμπορεύματος και πόσο θα κέρδιζε αν πουλούσε το εμπόρευμα με 25% κέρδος.

Άσκηση 3η

Στο διπλανό σχήμα $x'x // yy'$,

$B\hat{A}x'=50^0$, $B\hat{A}\Gamma=90^0$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες $y'\hat{B}A$, $\hat{\omega}$, $A\hat{B}\Gamma$