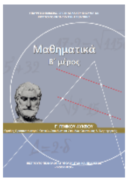
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟ-ΛΑΘΟΣ

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1.2 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

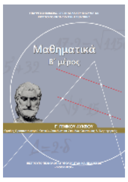
1.	Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\sqrt{\lvert x \rvert},\ x\in\mathbb{R}$ έχει άξονα συμμετρίας τον y'y	2020	
2.	Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα x΄x, της γραφικής παράστασης της f.	2012 Ε	
3.	Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\lvert f \rvert$ αποτελείται από τα τμήματα της γραφικής παράστασης της f που βρίσκεται πάνω από τον άξονα x΄x και από τα συμμετρικά, ως προς τον άξονα x΄x, των τμημάτων της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται κάτω από αυτόν τον άξονα.	2019 Ε	
4.	Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\lvert f \rvert$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα x΄x.		
5.	Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδίο ορισμού $\mathbb{R}$ και ορίζονται οι συνθέσεις $f\circ g$ και $g\circ f$ τότε αυτές οι συνθέσεις είναι υποχρεωτικά ίσες.	2010 Ε 2004 Ε	
6.	Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι $f\circ g$ και $g\circ f$, τότε είναι υποχρεωτικά $f\circ g\neq g\circ f$	2005 Ε	
7.	Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι $f\circ g$ και $g\circ f$, τότε ισχύει πάντοτε $f\circ g = g\circ f$	2015 2020 Ε	

8.	Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού A, B αντίστοιχα, τότε η $g \circ f$ ορίζεται αν $f(A) \cap B \neq \varnothing$	**2017** **2020**	
9.	Αν f, g, h είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η $h o (g o f)$, τότε ορίζεται και η $(h o g) o f$ και ισχύει $h o (g o f) = (h o g) o f$.		
10.	Αν $f(x) = \ln x$ και $g(x) = e^{-x}$, τότε **α.** $(g \circ f)(x) = \frac{1}{x}, \quad x \in \mathbb{R}^*$ **β.** $(f \circ g)(x) = -x, \quad x \in \mathbb{R}$		
1.3	**ΜΟΝΟΤΟΝΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ – ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ**		
11.	Μια συνάρτηση $f: A \to IR$ λέγεται συνάρτηση 1–1, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή αν $x_1 \neq x_2$, τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$	**2011**	
12.	Κάθε συνάρτηση, που είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, είναι γνησίως μονότονη.	**2002**	
13.	Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x.	**2012** **2006** **2016 Ε**	
14.	Αν μια συνάρτηση $f: A \to IR$ είναι 1−1, τότε για την αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} ισχύει: $f^{-1}(f(x)) = x, \ x \in A$ και $f(f^{-1}(y)) = y, \ y \in f(A)$	**2008**	
15.	Αν η f έχει αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} και η γραφική παράσταση της f έχει κοινό σημείο Α με την ευθεία y=x, τότε το σημείο Α ανήκει και στη γραφική παράσταση της f^{-1}.	**2005**	
16.	Οι γραφικές παραστάσεις C και C΄ των συναρτήσεων f	**2004** **2011 Ε**	

	και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία y=x που διχοτομεί τις γωνίες xOy και x΄Oy΄		
17.	Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέμε ότι παρουσιάζει (ολικό) ελάχιστο στο $x_0 \in A$, όταν $f(x) \geq f(x_0)$ για κάθε x∈A.	**2009**	
18.	Η συνάρτηση f(x) = ημx με x ∈ IR έχει μια μόνο θέση ολικού μεγίστου.	**2018**	
19.	Αν η f είναι αντιστρέψιμη συνάρτηση, τότε οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} αντίστοιχα είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$.	**2018**	
20.	Μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, αν υπάρχουν $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$, ώστε $f(x_1) < f(x_2)$.	**2017 Ε**	
21.	Μία συνάρτηση $f: A \to IR$ είναι συνάρτηση 1-1, αν και μόνο αν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 = x_2$, τότε $f(x_1) = f(x_2)$.	**2003 Ε**	
22.	Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι 1–1, αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες.	**2008 Ε**	
23.	Αν μια συνάρτηση **f** είναι γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ, τότε είναι και 1-1 στο διάστημα αυτό.	**2011 Ε**	
24.	Αν μια συνάρτηση f είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ίδια τεταγμένη.	**2013 Ε**	
25.	Η συνάρτηση f είναι $1-1$, αν και μόνο αν κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο.	**2009 Ε**	

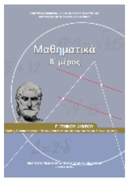
26.	Αν ένα σημείο Μ(α, β) ανήκει στη γραφική παράσταση μιας αντιστρέψιμης συνάρτησης f, τότε το σημείο Μ΄(β,α) ανήκει στη γραφική παράσταση C΄ της f^{-1}.	**2017 Ε**	
27.	Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) μέγιστο το $f(x_0)$, όταν $f(x) \le f(x_0)$ για κάθε $x \in A$	**2011 Ε**	
28.	Αν η συνάρτηση f είναι 1 - 1, οι συναρτήσεις g, h έχουν πεδίο ορισμού το IR και ισχύει $f(g(x)) = f(h(x))$ για κάθε $x \in R$, τότε οι συναρτήσεις g και h είναι ίσες.		
29.	Αν το σύνολο τιμών της f είναι το διάστημα (α, β), τότε η f δεν έχει ελάχιστο ούτε μέγιστο.		
30.	Αν μια περιττή συνάρτηση f παρουσιάζει μέγιστο στο σημείο x_0, τότε θα παρουσιάζει ελάχιστο στο σημείο $-x_0$.		
31.	Αν μια άρτια συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο x_0, τότε παρουσιάζει το ίδιο είδος ακροτάτου στο σημείο $-x_0$.		
32.	Αν μια συνάρτηση f είναι άρτια, τότε είναι 1 - 1.		
33.	Αν η συνάρτηση f είναι 1-1, τότε ισχύουν: **i.** $f(f^{-1}(x)) = x$ για κάθε x που ανήκει στο σύνολο τιμών της f **ii.** $f^{-1}(f(x)) = x$ για κάθε $x \in D_f$.		
34.	Αν μια συνάρτηση είναι άρτια, τότε υπάρχει η αντίστροφή της.		
35.	Αν οι συναρτήσεις f και g είναι γνησίως μονότονες στο R,		

	τότε η συνάρτηση gof είναι: **i.** γνησίως αύξουσα, αν οι f, g έχουν το ίδιο είδος μονοτονίας **ii.** γνησίως φθίνουσα, αν οι f, g έχουν διαφορετικό είδος μονοτονίας.		
	1.4 ΟΡΙΟ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΤΟ $x_0 \in$ IR **1.5 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ**		
36.	Έστω μια συνάρτηση ορισμένη σ' ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0)\cup(x_0, \beta)$ και ℓ ένας πραγματικός αριθμός. Τότε ισχύει η ισοδυναμία: $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\ell \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)-\ell\right)=0$	**2008 Ε**	
37.	Αν υπάρχει το όριο της f στο x_0, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt[k]{f(x)}=\sqrt[k]{\lim\limits_{x\to x_0} f(x)}$, εφόσον $f(x)\geq 0$ κοντά στο x_0, με $k\in N$ και $k\geq 2$.	**2004 Ε**	
38.	Ισχύει ότι: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sigma\upsilon\nu x-1}{x}=1$	**2009** **2013** **2016**	
39.	Ισχύει $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\sigma\upsilon\nu x}{x}=0$	**2018**	
40.	Ισχύει ότι: $\lvert\eta\mu x\rvert\leq\lvert x\rvert$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$	**2013**	
41.	Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο x_0 και $\lim\limits_{x\to x_0}\lvert f(x)\rvert=0$ τότε $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$	**2002**	
42.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)>0$, τότε $f(x)>0$ κοντά στο x_0 .	**2002** **2006 Ε** **2019**	
43.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)<0$, τότε $f(x)<0$ κοντά στο x_0	**2010** **2013**	

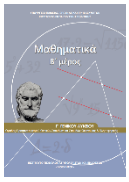
44.	$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\ell$, αν και μόνο αν $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=\ell$	**2004**	
45.	Αν υπάρχει το $\lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)+g(x)\right)$ τότε κατ' ανάγκη υπάρχουν τα $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$	**2005**	
46.	Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x)\le g(x)$ κοντά στο x_0, τότε $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\le \lim\limits_{x\to x_0} g(x)$.	**2016** **2015 Ε**	
47.	Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g για τις οποίες υπάρχουν τα όρια $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ και $f(x)<g(x)$ για κάθε x κοντά στο x_0, ισχύει $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)<\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$.	**2020 Ε**	
48.	Αν $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}=\ell\in\mathbb{R}$, τότε $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=0$.		
49.	Αν $f(x)>1$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$ και υπάρχει το $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, τότε κατ' ανάγκη $\lim\limits_{x\to 0} f(x)>1$.		
50.	Αν $0\le f(x)\le 1$ κοντά στο 0, τότε $\lim\limits_{x\to 0}\left(x^2 f(x)\right)=0$.		
51.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0} \lvert f(x)\rvert=1$, τότε κατ' ανάγκη θα είναι $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=1$ ή $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=-1$.		
52.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0} \lvert f(x)\rvert=0$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$.		

53.	Μια συνάρτηση f έχει όριο στο σημείο x_0, έναν πραγματικό αριθμό ℓ. Αναγκαστικά το x_0 ανήκει στο πεδίο ορισμού της.		
54.	Αν μια συνάρτηση f έχει όριο στο σημείο x_0, τότε αυτό είναι μοναδικό.		
55.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+g(x)) = \ell$, τότε οι συναρτήσεις f, g έχουν πάντοτε όριο στο x_0.		
56.	Αν για τις συναρτήσεις $f, g: A \to \mathbb{R}$ υπάρχει το $\lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)\cdot g(x)\right)$], τότε είναι πάντοτε $$\lim_{x\to x_0}\left(f(x)\cdot g(x)\right)=\lim_{x\to x_0}f(x)\cdot\lim_{x\to x_0}g(x)$$		
57.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0}\lvert f(x)\rvert=\lvert\ell\rvert$, $\ell\neq 0$, τότε πάντοτε ισχύει $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\ell$.		
58.	Αν $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=\ell$, τότε $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(3x)}{x}=3\ell$.		
59.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\ell\neq 0$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1}{f(x)}=\dfrac{1}{\ell}$.		
1.6 ΜΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΟΡΙΟ ΣΤΟ $x_0\in$ IR			
60.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=+\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1}{f(x)}=0$	**2014** **2010 Ε**	
61.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=0$ και $f(x)>0$ κοντά στο x_0, τότε $$\lim_{x\to x_0}\left(\frac{1}{f(x)}\right)=+\infty.$$	**2005** **2015** **2011 Ε**	
62.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=0$ και $f(x)<0$ κοντά στο x_0 τότε	**2009 Ε**	

	$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1}{f(x)}=+\infty$		
63.	$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^{2\nu+1}}\right)=+\infty$, για κάθε $\nu\in\mathbb{N}$.	**2020**	
64.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=+\infty$, τότε $f(x)>0$ για κάθε x κοντά στο x_0	**2020**	
65.	Αν είναι $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=+\infty$, τότε $f(x)<0$ κοντά στο x_0	**2012**	
66.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=-\infty$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}(-f(x))=+\infty$	**2013 Ε**	
67.	Έστω μια συνάρτηση f που είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0)\cup(x_0, \beta)$. Ισχύει η ισοδυναμία: $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=-\infty \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=-\infty$	**2014 Ε**	
68.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=-\infty$, τότε $f(x)>0$ κοντά στο x_0.	**2015 Ε**	
69.	Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ και $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, αν $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=0$ και $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=+\infty$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x)\cdot g(x)\right]=0.$	**2017**	
70.	Είναι $\lim\limits_{x\to 0}\left[x\left(\dfrac{1}{x^2+x}\right)\right]=\lim\limits_{x\to 0}x\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x^2+x}=0\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x^2+x}=0$.		
71.	Αν $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=+\infty$ και $g(x)<0$, κοντά στο x_0, τότε πάντα ισχύει $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)g(x))=-\infty$.		

72.	Αν η συνάρτηση $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ είναι γνησίως αύξουσα, τότε πάντοτε ισχύει $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.		
	1.7 ΟΡΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΤΟ ΑΠΕΙΡΟ		
73.	Αν $0<\alpha<1$, τότε $\lim\limits_{x\to-\infty} \alpha^x=+\infty$.	**2017**	
74.	Αν είναι $0<\alpha<1$, τότε $\lim\limits_{x\to+\infty} \alpha^x=+\infty$	**2012 Ε**	
75.	Αν είναι $0<\alpha<1$, τότε $\lim\limits_{x\to-\infty} \alpha^x=0$	**2014 Ε**	
76.	Αν $\alpha>1$, τότε $\lim\limits_{x\to-\infty} \alpha^x=0$	**2007**	
77.	$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=-\infty$	**2020 Ε**	
78.	Ισχύει ότι: $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\eta\mu x}{x}=1$	**2011**	
79.	Ισχύει: **α)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\eta\mu\frac{1}{x}\right)=1$ **β)** $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\eta\mu x}{x}=1$.		
80.	Αν $f(x)\le\frac{1}{x^2}$, $x\in(\alpha,+\infty)$, τότε κατ' ανάγκη θα είναι $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.		
	1.8 ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ		
81.	Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα.	**2006** **2017** **2020** **2002 Ε**	

82.	Αν η f είναι συνεχής στο [α, β] με f(α) < 0 και υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$ ώστε f(ξ) = 0, τότε κατ' ανάγκη f(β) > 0.	**2005**	
83.	Αν η συνάρτηση f είναι ορισμένη στο [α, β] και συνεχής στο (α, β], τότε η f παίρνει πάντοτε στο [α, β] μία μέγιστη τιμή.	**2002**	
84.	Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha,\beta]$ μια μέγιστη τιμή M και μια ελάχιστη τιμή m.	**2016**	
85.	Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο x_0, τότε η σύνθεσή τους gof είναι συνεχής στο x_0.	**2007**	
86.	Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δε μηδενίζεται σ' αυτό, τότε αυτή ή είναι θετική για κάθε $x \in \Delta$ ή είναι αρνητική για κάθε $x \in \Delta$, δηλαδή διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ.	**2005** **2013 Ε**	
87.	Μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της.	**2008** **2013**	
88.	Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς συνάρτησης f είναι διάστημα.	**2007 Ε**	
89.	Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα [α, β] και υπάρχει $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο ώστε $f(x_0)=0$, τότε κατ' ανάγκη θα ισχύει $f(\alpha)\cdot f(\beta)<0$.	**2002 Ε**	
90.	Μια πολυωνυμική συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της.	**2019 Ε**	

91.	Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σε αυτό, τότε η f διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ.	**2020 Ε**	
92.	Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα και συνεχής σε ένα ανοικτό διάστημα (α, β), τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (A,B) όπου $A=\lim\limits_{x\to\alpha^+} f(x)$ και $B=\lim\limits_{x\to\beta^-} f(x)$	**2007 Ε**	
93.	Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα και συνεχής σε ένα ανοικτό διάστημα (α, β), τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (Α, Β), όπου $A=\lim\limits_{x\to\alpha^+} f(x)$ και $B=\lim\limits_{x\to\beta^-} f(x)$	**2010**	
94.	Αν υπάρχει το $\lim\limits_{x\to 6}\left(f(x)g(x)\right)$, τότε είναι ίσο με $f(6)\cdot g(6)$.		
95.	Αν η f είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$ και για $x\neq 4$ ισχύει $f(x)=\dfrac{x^2-7x+12}{x-4}$, τότε το $f(4)$ είναι ίσο με 1.		
96.	Αν η f είναι συνεχής στο $[-1,1]$ και $f(-1)=4$, $f(1)=3$, τότε υπάρχει πραγματικός αριθμός $x_0\in(-1,1)$ τέτοιος, ώστε $f(x_0)=\pi$.		
97.	Έστω f μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού ένα διάστημα που περιέχει το 0. Τότε ισχύει πάντοτε $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=f(0)$.		
98.	Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο [α, β], η εξίσωση f (x)=0 δεν έχει ρίζα στο (α, β) και υπάρχει ξ∈(α, β) ώστε f(ξ)<0, τότε θα ισχύει f (x)<0 για κάθε x∈(α, β).		

99.	Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα [α, β], και παίρνει δύο διαφορετικές τιμές f (x_1), f (x_2) με $x_1, x_2 \in [\alpha, \beta]$, τότε παίρνει όλες τις τιμές μεταξύ των f (x_1) και f (x_2).		
100.	Κάθε συνεχής συνάρτηση f στο [α, β] με $f(\alpha) \neq f(\beta)$, παίρνει μόνο τις τιμές μεταξύ των f(α) και f(β).		
101.	Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g δεν είναι συνεχής στο x_0, τότε η συνάρτηση $f+g$ δεν είναι συνεχής στο x_0.		
102.	Αν οι συναρτήσεις f, g δεν είναι συνεχείς στο σημείο x_0 του κοινού πεδίου ορισμού τους, τότε η συνάρτηση $f+g$ δεν είναι συνεχής στο x_0.		
	2.1 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ		
103.	Κάθε συνάρτηση f συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.	**2009 2011 Ε 2004 Ε**	
104.	Αν η f δεν είναι συνεχής στο x_0, τότε η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0.	**2000**	
105.	Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0, τότε η f' είναι πάντοτε συνεχής στο x_0.	**2000**	
106.	Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0, τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0.	**2012 Ε 2016 Ε**	
107.	Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $M(x_0, f(x_0))$, δεν έχει άλλο κοινό σημείο με την C_f.		

2.2 ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΙΜΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ - ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

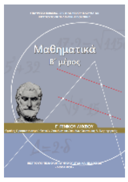
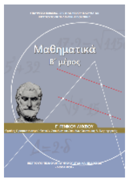
108.	$(\sigma\upsilon\nu x)' = \eta\mu x,\ x \in \mathbb{R}$	**2010** **2015**	
109.	Για κάθε $x \in \mathbb{R}_1 = \mathbb{R} - \{x / \sigma\upsilon\nu x = 0\}$ ισχύει : $(\varepsilon\varphi x)' = -\dfrac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$	**2011** **2009 Ε**	
110.	Ισχύει ο τύπος $(\sigma\varphi x)' = \dfrac{1}{\eta\mu^2 x},\ x \in \mathbb{R} - \{x / \eta\mu x = 0\}$.	**2012**	
111.	Ισχύει ο τύπος $(3^x)' = x \cdot 3^{x-1}$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.	**2006**	
112.	Αν $f(x) = \alpha^x,\ \alpha > 0$, τότε ισχύει $(\alpha^x)' = x\alpha^{x-1}$.	**2010 Ε**	
113.	Για κάθε $x \neq 0$ ισχύει : $(\ln\lvert x\rvert)' = \dfrac{1}{x}$	**2006 Ε**	
114.	Αν $f(x) = \ln\lvert x\rvert$, για κάθε $x \neq 0$, τότε $f'(x) = \dfrac{1}{\lvert x\rvert}$ για κάθε $x \neq 0$.	**2016 Ε**	
115.	$(\ln\lvert x\rvert)' = -\dfrac{1}{x}$, για κάθε $x < 0$.	**2020 Ε**	
116.	Μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα Δ με $f'(x) \neq 0$, για κάθε $x \in \Delta$. Τότε η γραφική της παράσταση δεν δέχεται οριζόντια εφαπτομένη.		
117.	Αν η f έχει δεύτερη παράγωγο στο x_0, τότε η f' είναι συνεχής στο x_0.	**2000**	

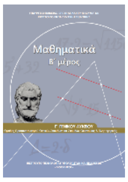
2.3 ΚΑΝΟΝΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΗΣ

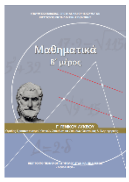
118.	Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0, τότε η συνάρτηση $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει: $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g'(x_0)$	**2004**	
119.	Για δύο οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g παραγωγίσιμες στο x_0 ισχύει: $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)$	**2013 Ε**	
120.	Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g(x_0) \neq 0$, τότε η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει: $\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f(x_0)g'(x_0) - f'(x_0)g(x_0)}{[g(x_0)]^2}$	**2006 Ε**	
121.	Αν για τις παραγωγίσιμες στο $\mathbb{R}$ συναρτήσεις f, g ισχύουν $f(0) = 4$, $f'(0) = 3$, $f'(5) = 6$, $g(0) = 5$, $g'(0) = 1$, $g'(4) = 2$, τότε $(f \circ g)'(0) = (g \circ f)'(0)$		
122.	Αν το άθροισμα $f + g$ δύο συναρτήσεων είναι παραγωγίσιμη συνάρτηση στο x_0, τότε και οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο x_0.		
123.	Αν η συνάρτηση $f(g(x))$ είναι παραγωγίσιμη, τότε οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες.		

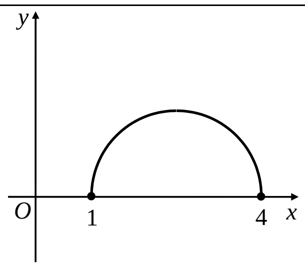
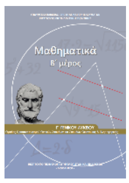
2.5 ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ

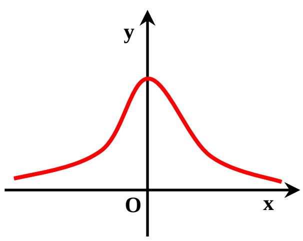
124.	Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής στο [α, β], παραγωγίσιμη στο (α, β) και $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in (α, β)$, τότε $f(α) \neq f(β)$.	**2020**	

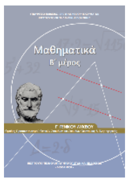
125.	Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$. και δεν είναι αντιστρέψιμη, τότε υπάρχει κλειστό διάστημα [α, β] , στο οποίο η f ικανοποιεί τις προϋποθέσεις του θεωρήματος Rolle	**2002 Ε**	
126.	Για κάθε συνεχή συνάρτηση f:[α,β] → ℝ, η οποία είναι παραγωγίσιμη στο (α, β), αν f(α)=f(β), τότε υπάρχει ακριβώς ένα ξ∈(α, β) τέτοιο ώστε f ′(ξ) = 0.	**2017 Ε**	
127.	Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[0,1]$, παραγωγίσιμη στο $(0,1)$ και $f'(x)\neq 0$ για όλα τα $x\in(0,1)$, τότε $f(0)\neq f(1)$		
128.	Αν οι f,g είναι συναρτήσεις παραγωγίσιμες στο $[\alpha,\beta]$, με $f(\alpha)=g(\alpha)$ και $f(\beta)=g(\beta)$, τότε υπάρχει $x_0\in(\alpha,\beta)$ τέτοιο, ώστε στα σημεία $A(x_0,f(x_0))$ και $B(x_0,g(x_0))$ οι εφαπτόμενες να είναι παράλληλες.		
129.	Η γραφική παράσταση μιας πολυωνυμικής συνάρτησης άρτιου βαθμού έχει πάντοτε οριζόντια εφαπτομένη.		
130.	Η γραφική παράσταση μιας πολυωνυμικής συνάρτησης περιττού βαθμού έχει πάντοτε οριζόντια εφαπτομένη.		
131.	Υπάρχουν συναρτήσεις για τις οποίες ισχύει το συμπέρασμα του θεωρήματος Rolle, χωρίς να ισχύουν (όλες) οι υποθέσεις του θεωρήματος.		
132.	Αν f είναι μια πολυωνυμική συνάρτηση, τότε μεταξύ δύο διαδοχικών ριζών της f΄, υπάρχει το πολύ μια ρίζα της f.		
133.	Αν για μια συνάρτηση f εφαρμόζεται το θεώρημα Rolle στο		

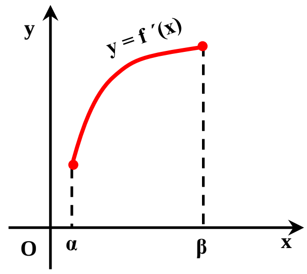
	[α, β], τότε εφαρμόζεται και το θεώρημα της μέσης τιμής, στο ίδιο διάστημα.		
134.	Αν η συνάρτηση f παραγωγίζεται στο $[\alpha,\beta]$ με $f(\beta)<f(\alpha)$, τότε υπάρχει $x_0\in(\alpha,\beta)$ τέτοιο, ώστε $$f'(x_0)<0.$$		
135.	Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα [α, β] και παραγωγίσιμη στο διάστημα (α, β), τότε υπάρχει ένα μόνο $\xi\in(\alpha,\beta)$ ώστε : $$f(\alpha)-f(\beta)=f'(\xi)\cdot(\alpha-\beta).$$		
2.6	**ΣΥΝΕΠΕΙΕΣ ΤΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ**		
136.	Κάθε συνάρτηση f, για την οποία ισχύει $f'(x)=0$ για κάθε $x\in(\alpha,x_0)\cup(x_0,\beta)$, είναι σταθερή στο $(\alpha,x_0)\cup(x_0,\beta)$.	**2016**	
137.	Αν η παράγωγος μιας συνάρτησης είναι μηδέν σε ένα διάστημα Δ, τότε η συνάρτηση είναι σταθερή στο Δ.		
138.	Έστω δύο συναρτήσεις f, g ορισμένες σε ένα διάστημα Δ. Αν οι f, g είναι συνεχείς στο Δ και $f'(x)=g'(x)$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε ισχύει $$f(x)=g(x),\quad \text{για κάθε } x\in\Delta$$	**2007 Ε**	
139.	Έστω f μια συνάρτηση συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ τότε $f'(x)>0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ.	**2007** **2018** **2020**	
140.	Έστω μια συνάρτηση f, η οποία είναι συνεχής σε ένα	**2004**	

	διάστημα Δ. Αν $f'(x)>0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα σε όλο το Δ.		
141.	Έστω συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ, τότε η παράγωγός της δεν είναι υποχρεωτικά θετική στο εσωτερικό του Δ.	**2010**	
142.	Έστω συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη σε κάθε εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ, τότε η παράγωγός της είναι υποχρεωτικά αρνητική στο εσωτερικό του Δ.	**2014**	
	2.7 ΤΟΠΙΚΑ ΑΚΡΟΤΑΤΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ		
143.	Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και $f'(x_0)=0$ τότε η f παρουσιάζει υποχρεωτικά τοπικό ακρότατο στο x_0.	**2003**	
144.	Για κάθε συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ που είναι παραγωγίσιμη και δεν παρουσιάζει ακρότατα, ισχύει $f'(x)\neq 0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$.	**2017**	
145.	Αν μία συνάρτηση f παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο, τότε αυτό θα είναι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα.	**2014**	
146.	Δίνεται ότι η συνάρτηση f παραγωγίζεται στο $\mathbb{R}$ και ότι η γραφική της παράσταση είναι πάνω από τον άξονα $x'x$. Αν υπάρχει κάποιο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ της C_f, του οποίου η απόσταση από τον άξονα $x'x$ είναι μέγιστη (ή ελάχιστη), τότε σε αυτό το σημείο η εφαπτομένη της C_f είναι	**2020** 	

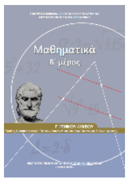
	οριζόντια.		
147.	Έστω συνάρτηση f ορισμένη και παραγωγίσιμη στο διάστημα [α, β] και σημείο $x_0 \in [α, β]$ στο οποίο η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο. Τότε πάντα ισχύει ότι $f'(x_0)=0$.	**2002 Ε**	
148.	Έστω μία συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α, β), με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0, στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x)>0$ στο (α, x_0) και $f'(x)<0$ στο (x_0, β), τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f.	**2003 Ε**	
149.	Τα εσωτερικά σημεία του διαστήματος Δ, στα οποία η f δεν παραγωγίζεται ή η παράγωγός της είναι ίση με το 0, λέγονται κρίσιμα σημεία της f στο διάστημα Δ.	**2005 Ε**	
150.	Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο της f.	**2019 Ε**	
151.	Αν $f'(x)=(x-1)^2(x-2)$ για κάθε $x \in IR$, τότε: **α)** το $f(1)$ είναι τοπικό μέγιστο της f **β)** το $f(2)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f		
152.	Η συνάρτηση $f(x)=x^3+x+1$ έχει: **α)** μια, τουλάχιστον, ρίζα στο $(0,1)$ **β)** μια, ακριβώς, ρίζα στο $(-1,0)$ **γ)** τρεις πραγματικές ρίζες		
153.	Αν γραφική παράσταση της συνάρτησης f δίνεται από το διπλανό σχήμα, τότε: 		

	i) το πεδίο ορισμού της $\frac{1}{f'}$ είναι το $(1,4)$		
	ii) το πεδίο ορισμού της $\frac{1}{f'}$ είναι το $[1, 4]$		
	iii) $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in (1, 4)$		
	iv) υπάρχει $x_0 \in (1,4) : f'(x_0) = 0$.		
154.	Αν για μια συνάρτηση ισχύουν οι προϋποθέσεις του θεωρήματος του Fermat, τότε υπάρχει x_0 ώστε η εφαπτομένη της C_f στο $(x_0, f(x_0))$ να είναι παράλληλη με τον άξονα $x'x$.		
155.	Αν μια παραγωγίσιμη συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ, η παράγωγός της δεν είναι υποχρεωτικά αρνητική στο εσωτερικό του Δ.		
156.	Μια συνάρτηση f μπορεί να έχει τοπικό ακρότατο και σε σημείο x_0, στο οποίο δεν είναι συνεχής.		
157.	Αν το διάγραμμα $C_{f'}$ της παραγώγου μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$. 		
2.8 ΚΥΡΤΟΤΗΤΑ – ΣΗΜΕΙΑ ΚΑΜΠΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ			
158.	Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο [α, β], παραγωγίσιμη στο (α, β) με f(α)=f(β) και $f''(x)>0$ για κάθε $x\in[α, β]$, τότε η εξίσωση $f'(x)=0$ έχει μια μόνο ρίζα στο (α, β).		
159.	Έστω μία συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δύο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Αν $f''(x)>0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι κυρτή	**2003**	

	στο Δ.		
160.	Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σε ένα διάστημα Δ, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται «πάνω» από τη γραφική της παράσταση.	**2003**	
161.	Αν μια συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο IR και στρέφει τα κοίλα προς τα άνω, τότε κατ' ανάγκη θα ισχύει $f''(x)>0$ για κάθε πραγματικό αριθμό x.	**2008** **2014 Ε**	
162.	Έστω μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α, β) με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0. Αν η f είναι κυρτή στο (α, x_0) και κοίλη στο (x_0, β) ή αντιστρόφως, τότε το σημείο $A(x_0, f(x_0))$ είναι υποχρεωτικά σημείο καμπής της γραφικής παράστασης της f.	**2005 Ε**	
163.	Αν μια συνάρτηση f είναι κοίλη σ' ένα διάστημα Δ, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται κάτω από τη γραφική της παράσταση, με εξαίρεση το σημείο επαφής τους.	**2008 Ε**	
164.	Η συνάρτηση $f(x)=\alpha x^3+\beta x^2+\gamma x+\delta$ με $\alpha,\beta,\gamma,\delta\in IR$ και $\alpha\neq 0$ έχει πάντα ένα σημείο καμπής.		
165.	Αν οι συναρτήσεις f,g έχουν στο x_0 σημείο καμπής, τότε και η $h=f\cdot g$ έχει στο x_0 σημείο καμπής.		
166.	Τα εσωτερικά σημεία ενός διαστήματος Δ στα οποία η f'' είναι διαφορετική από το μηδέν δεν είναι θέσεις σημείων καμπής.		

167.	Αν μια συνάρτηση f είναι δυο φορές παραγωγίσιμη στο διάστημα Δ και η f είναι κυρτή στο Δ, τότε $f''(x)\geq 0$ για κάθε $x\in\Delta$.		
168.	Το σημείο $A(x_0, f(x_0))$ είναι σημείο καμπής μιας συνάρτησης f, όταν η f'' αλλάζει πρόσημο εκατέρωθεν του x_0.		
169.	Αν μια συνάρτηση f είναι φορές παραγωγίσιμη, και η γραφική παράσταση της f' φαίνεται στο σχήμα, τότε η f στρέφει τα κοίλα προς τα πάνω. 		

2.9 ΑΣΥΜΠΤΩΤΕΣ – ΚΑΝΟΝΕΣ DE L’ HOSPITAL

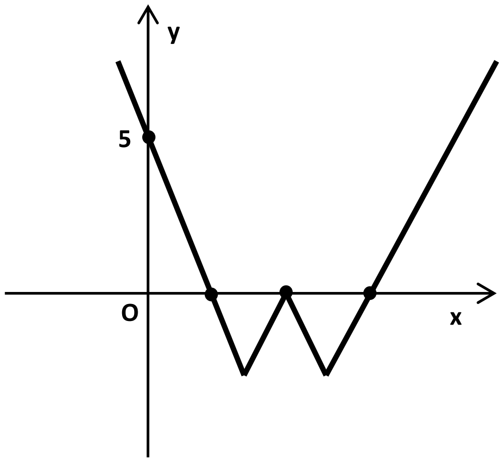
170.	Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού $\nu\geq 2$, η οποία έχει ασύμπτωτη.	**2015 Ε** **2016 Ε**	
171.	Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ μπορεί να τέμνει μια ασύμπτωτή της.	**2018 Ε**	
172.	Η ευθεία $x=1$ είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης: **α)** $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ **β)** $g(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{(x-1)^2}$		
173.	Οι ρητές συναρτήσεις $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$, με βαθμό του αριθμητή $P(x)$ μεγαλύτερο τουλάχιστον κατά δύο του βαθμού του παρονομαστή, δεν έχουν πλάγιες ασύμπτωτες.		

Π Ο Λ Λ Α Π Λ Η Σ   Ε Π Ι Λ Ο Γ Η Σ

Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση:

1.2 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

1. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα.
Το πλήθος των διακεκριμένων λύσεων της εξίσωσης $\left(f\left(x\right)\right)^2 = f\left(x\right)$ είναι



Α. 2 **Β.** 3
Γ. 4 **Δ.** 5
Ε. 6

2. Η συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση είναι συμμετρική της γραφικής παράστασης της $y = f(x)$ ως προς τον άξονα x΄x είναι η

Α. $y = f(-x)$ **Β.** $y = -f(x)$ **Γ.** $y = |f(x)|$ **Δ.** $y = 2f(x)$ **Ε.** $y = -f(-x)$

1.3 ΜΟΝΟΤΟΝΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ – ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

3. Αν για μια συνάρτηση $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ισχύει $f(2) < f(3)$ κατ' ανάγκη θα ισχύει ότι

Α. Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.
Β. Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.
Γ. Η f δεν είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.
Δ. Η f δεν είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.
Ε. Η f είναι 1-1.

4. Αν μια συνάρτηση f αντιστρέφεται τότε :

Α. τα κοινά σημεία των C_f, $C_{f^{-1}}$ βρίσκονται πάντα στην ευθεία y = x

Β. οι C_f, $C_{f^{-1}}$ είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία y = - x

Γ. αν το σημείο $M(\alpha, \beta) \in C_{f^{-1}}$ τότε το σημείο $M'(\beta, \alpha) \in C_f$

Δ. Η $C_{f^{-1}}$ βρίσκεται πάντα «κάτω» από την ευθεία y = x

Ε. Η $C_{f^{-1}}$ βρίσκεται πάντα «πάνω» από την ευθεία y = x

5. Για κάθε συνάρτηση $f : A \to \mathbb{R}$, η οποία είναι 1-1, ισχύει ότι :

Α. Η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη.

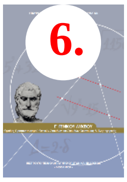
Β. Κάθε ευθεία παράλληλη στον άξονα x'x τέμνει τη γραφική παράσταση της f σε ένα ακριβώς σημείο.

Γ. Η εξίσωση $f(x) = \alpha$ με $\alpha \in f(A)$, έχει τουλάχιστον 2 λύσεις.

Δ. Ορίζεται η αντίστροφη της f και έχει πεδίο ορισμού το $f(A)$.

Ε. Ορίζεται η αντίστροφη της f και ισχύει $f\left(f^{-1}(x)\right) = x$, για κάθε $x \in A$

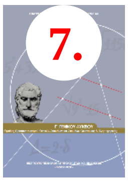
1.4 ΟΡΙΟ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΤΟ $x_0 \in$ IR
1.5 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ



6. Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \ell$, $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = m$, $\ell, m \in \mathbb{R}$ και $f(x) < g(x)$ κοντά στο x_0, τότε κατ' ανάγκη θα είναι:

Α) $\ell < m$ **Β)** $\ell \le m$ **Γ)** $\ell \ge m$ **Δ)** $\ell = m$ **Ε)** $m < \ell$.

1.6 ΜΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΟΡΙΟ ΣΤΟ $x_0 \in$ IR



7. Αν το $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{x^3 - x^2 - 2x}{x^3 - x}$ δεν υπάρχει, τότε:

Α) $x_0 = 0$ **Β)** $x_0 = 2$ **Γ)** $x_0 = -1$ **Δ)** $x_0 = 1$.

1.7 ΟΡΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΤΟ ΑΠΕΙΡΟ

8. Το όριο $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(1-2x^2)^3}{(x^2+1)^3}$ είναι ίσο με:

Α) 8 **Β)** 1 **Γ)** 0 **Δ)** $+\infty$ **Ε)** -8.

9. Το $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{|x^3-x^2-1|-x^3+x^2}{x^2}$ είναι ίσο με:

Α) $+\infty$ **Β)** $-\infty$ **Γ)** 1 **Δ)** -1 **Ε)** 0.

10. Ποια από τα παρακάτω όρια είναι καλώς ορισμένα;

Α) $\lim\limits_{x\to0}\sqrt{x^{20}-x+1}$ **Β)** $\lim\limits_{x\to0}\sqrt{x^{20}-x-1}$

Γ) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{3x^9+x-1}$ **Δ)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{3x^9+x-1}$

Ε) $\lim\limits_{x\to0}\left[\ln(x^3+x+1)\right]$ **ΣΤ)** $\lim\limits_{x\to0}\left[\ln(x^3+x-1)\right]$

1.8 ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

11. Δίνεται η συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο διάστημα $\Delta=[0,3]$, με $f(0)=2$, $f(1)=1$ και $f(3)=-1$. Ποιος από τους παρακάτω ισχυρισμούς δεν προκύπτει κατ' ανάγκη από τις υποθέσεις;

Α) Υπάρχει $x_0\in(0,3)$ τέτοιος, ώστε $f(x_0)=0$. **Β)** $\lim\limits_{x\to3^-}f(x)=-1$.

Γ) $\lim\limits_{x\to2}f(x)=f(2)$. **Δ)** $[-1,2]\subseteq f(\Delta)$.

Ε) Η μέγιστη τιμή της f στο $[0,3]$ είναι το 2 και η ελάχιστη τιμή της το -1.

12. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα [α, β] και ισχύει $f(\alpha)\cdot f(\beta)>0$, τότε από τις παρακάτω προτάσεις σωστή είναι πάντοτε η:

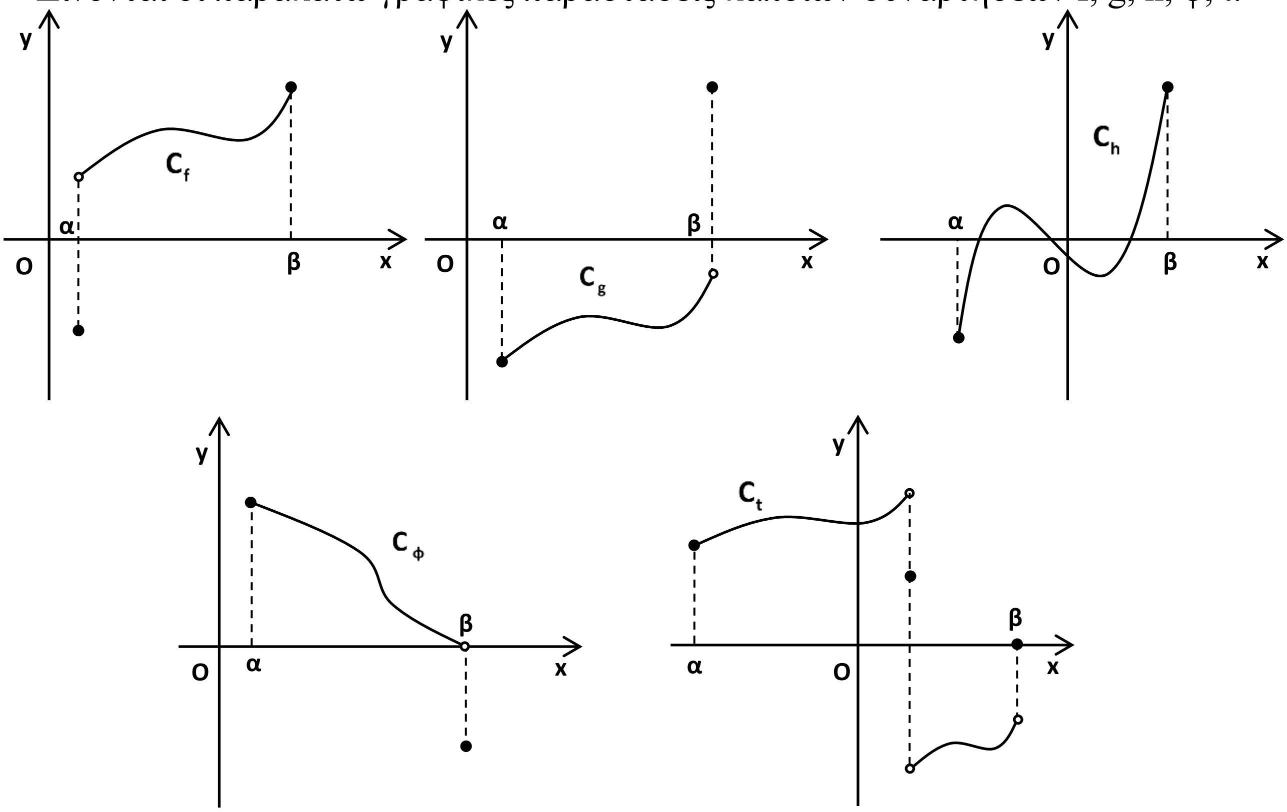
Α. $f(x)\geq 0$ για κάθε $x\in[\alpha,\beta]$ **Β.** δεν υπάρχει $\xi\in(\alpha,\beta)$ ώστε $f(\xi)=0$

Γ. η f διατηρεί σταθερό πρόσημο στο [α, β]

Δ. η C_f δεν τέμνει ποτέ τον άξονα $y'y$

Ε. καμία από τις προηγούμενες προτάσεις

13. Δίνονται οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις κάποιων συναρτήσεων f, g, h, φ, t.



Τότε οι προϋποθέσεις του θεωρήματος Bolzano στο διάστημα [α, β] ισχύουν για την περίπτωση

Α. της συνάρτησης f **Β.** της συνάρτησης g **Γ.** της συνάρτησης h

Δ. της συνάρτησης φ **Ε.** της συνάρτησης t

2.1 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ

14. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_0, τότε

Α. το $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$

Β. το $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ δεν υπάρχει

Γ. το $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ είναι $+\infty$ ή $-\infty$

Δ. τα όρια $\lim\limits_{x\to x_0^-}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ και $\lim\limits_{x\to x_0^+}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ είναι άνισα

Ε. το $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ είναι $+\infty$ ή $-\infty$

15. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 με $f'(x_0)=0$, τότε η γραφική της παράσταση στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ δέχεται

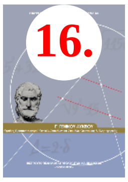
Α. κατακόρυφη εφαπτομένη **Β.** καμία εφαπτομένη

Γ. οριζόντια εφαπτομένη **Δ.** εφαπτομένη της μορφής $y=\alpha x+\beta,\ \alpha\neq 0$

Ε. εφαπτομένη με συντελεστή διεύθυνσης $\lambda=1$

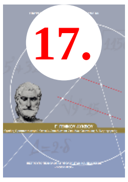
2.2 ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΙΜΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ - ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

2.3 ΚΑΝΟΝΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΗΣ



16. Το $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\varepsilon\varphi\left(\dfrac{\pi}{6}+h\right)-\varepsilon\varphi\dfrac{\pi}{6}}{h}$ ισούται με:

Α) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ **Β)** $\dfrac{4}{3}$ **Γ)** $\sqrt{3}$ **Δ) 0** **Ε)** $\dfrac{3}{4}$.

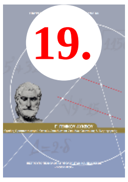


17. Το $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\dfrac{1}{x+h}-\dfrac{1}{x}}{h}$ ισούται με:

Α) $\dfrac{1}{x^2}$ **Β)** $-\dfrac{2}{x^2}$ **Γ)** $-\dfrac{1}{x^2}$ **Δ)** $-\dfrac{2}{x}$ **Ε)** 0

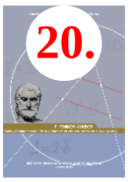
18. Το $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\sigma\upsilon\nu(h+x)-\sigma\upsilon\nu x}{h}$ ισούται με :

Α. ημx **Β.** συνx **Γ.** −ημx **Δ.** −συνx **Ε.** 1



19. Αν $f(x)=5^{3x}$ τότε η $f'(x)$ ισούται με:

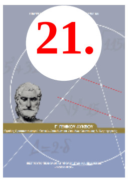
Α) $3x5^{3x-1}$ **Β)** $\dfrac{5^{3x}}{3\ln 5}$ **Γ)** $3\cdot 5^{2x}$ **Δ)** $3\cdot 5^{3x}$ **Ε)** $5^{3x}\ln 125$



20. Αν $f(x)=\sigma\upsilon\nu^3(x+1)$ τότε η $f'(\pi)$ ισούται με:

Α) $3\sigma\upsilon\nu^3(\pi+1)\eta\mu(\pi+1)$ **Β)** $3\sigma\upsilon\nu^2(\pi+1)$

Γ) $-3\sigma\upsilon\nu^2(\pi+1)\eta\mu(\pi+1)$ **Δ)** $3\pi\sigma\upsilon\nu^2(\pi+1)$



21. Αν $f(x)=(x^2-1)^3$ τότε η έβδομη παράγωγος αυτής στο 0 ισούται με:

Α) 1 **Β)** −1 **Γ)** 0 **Δ)** 27 **Ε)** δεν υπάρχει.

22. Αν οι εφαπτόμενες των συναρτήσεων $f(x)=\ln x$ και $g(x)=2x^2$ στα σημεία με τετμημένη x_0 είναι παράλληλες, τότε το x_0 είναι:

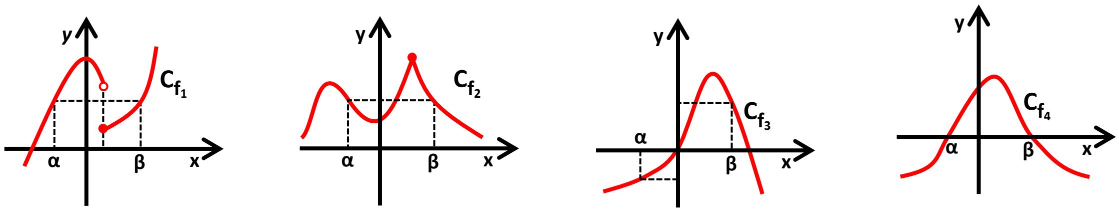
Α) 0 **Β)** $\frac{1}{4}$ **Γ)** $\frac{1}{2}$ **Δ)** 1 **Ε)** 2.

23. Αν $f(x)=e^{\beta x}$, $g(x)=e^{\alpha x}$ και $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)}{g'(x)}$, τότε το β ως συνάρτηση του α ισούται με:

Α) $\frac{\alpha-1}{\alpha^2}$ **Β)** $\frac{\alpha^2}{\alpha+1}$ **Γ)** $\frac{\alpha+1}{\alpha^2}$ **Δ)** $\frac{\alpha^2}{\alpha^2-1}$ **Ε)** $\frac{\alpha^2}{\alpha-1}$.

2.5 ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ

24. Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f_1, f_2, f_3, f_4 .



Αυτές που ικανοποιούν τις υποθέσεις του θεωρήματος **Rolle** στο [α, β] είναι οι

Α. f_2 και f_4 **Β.** μόνο η f_4 **Γ.** μόνο η f_2 **Δ.** f_2 και f_3 **Ε.** f_1 και f_4

2.6 ΣΥΝΕΠΕΙΕΣ ΤΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ

25. Αν $f'(x)>0$ για κάθε $x\in[-1,1]$ και $f(0)=0$, τότε:

Α) $f(1)=-1$ **Β)** $f(-1)>0$ **Γ)** $f(1)>0$ **Δ)** $f(-1)=0$

26. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και γνησίως φθίνουσα, τότε

Α. $f'(x)>0$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$ **Β.** $f'(x)\geq 0$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$

Γ. $f'(x)\leq 0$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$ **Δ.** $f'(x)<0$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$

Ε. η $f'(x)$ δεν διατηρεί σταθερό πρόσημο στο $\mathbb{R}$

2.7 ΤΟΠΙΚΑ ΑΚΡΟΤΑΤΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

27. Η παράγωγος f' της συνάρτησης f είναι ένα πολυώνυμο τρίτου βαθμού. Η f έχει :

Α. τρία ακριβώς τοπικά ακρότατα

Β. ένα ολικό μέγιστο και ένα ολικό ελάχιστο

Γ. τουλάχιστον τρία τοπικά ακρότατα

Δ. ένα μόνο τοπικό μέγιστο και ένα τοπικό ελάχιστο

Ε. τρία το πολύ τοπικά ακρότατα

28. Αν για τη συνεχή συνάρτηση $f:[\alpha,\beta)\to\mathbb{R}$ ισχύει $f'(x)<0$ για κάθε $x\in(\alpha,\beta)$ κατ' ανάγκη θα ισχύει ότι :

Α. Η f δεν παρουσιάζει ακρότατα.

Β. Η f παρουσιάζει μέγιστο.

Γ. Η f παρουσιάζει ελάχιστο.

Δ. Η f παρουσιάζει και μέγιστο και ελάχιστο.

Ε. Δεν μπορούμε να αποφανθούμε για τα ακρότατα της f .

2.8 ΚΥΡΤΟΤΗΤΑ – ΣΗΜΕΙΑ ΚΑΜΠΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

29. Αν μια συνάρτηση f είναι δυο φορές παραγωγίσιμη και στρέφει τα κοίλα προς τα άνω σ' ένα διάστημα Δ, τότε

Α. $f''(x)>0$, για κάθε $x\in\Delta$

Β. $f''(x)<0$, για κάθε $x\in\Delta$

Γ. $f''(x)\le 0$, για κάθε $x\in\Delta$

Δ. $f''(x)\ge 0$, για κάθε $x\in\Delta$

Ε. δεν μπορούμε να αποφανθούμε για το πρόσημο της $f''(x)$ στο Δ

30. Η συνάρτηση f ορίζεται σε ένα διάστημα Δ και $x_0\in\Delta$. Θεωρούμε τις προτάσεις:

Ι. Η C_f δέχεται εφαπτομένη στο $A(x_0, f(x_0))$

ΙΙ. Η f' αλλάζει πρόσημο στο x_0

ΙΙΙ. Η f'' αλλάζει πρόσημο στο x_0

Το $A(x_0, f(x_0))$ είναι σημείο καμπής της C_f αν ισχύουν οι προτάσεις

Α. Ι και ΙΙ **Β.** Ι και ΙΙΙ **Γ.** ΙΙ και ΙΙΙ

Δ. μόνο η ΙΙΙ **Ε.** μόνο η Ι

2.9 ΑΣΥΜΠΤΩΤΕΣ – ΚΑΝΟΝΕΣ DE L' HOSPITAL

31. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$, μπορεί να έχει πλήθος πλάγιων ασύμπτωτων.

Α. το πολύ τρεις **Β.** το πολύ δύο **Γ.** το πολύ μία

Δ. εξαρτάται από το πλήθος των οριζοντίων ασύμπτωτων

Ε. δεν υπάρχει περιορισμός για το πλήθος

32. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$, τότε η γραφική της παράσταση μπορεί να έχει

Α. δύο πλάγιες ασύμπτωτες στο $+\infty$.

Β. οριζόντια και πλάγια ασύμπτωτη στο $+\infty$

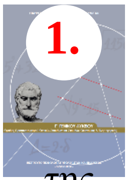
Γ. κατακόρυφες ασύμπτωτες

Δ. πλάγια ασύμπτωτη στο $+\infty$ και οριζόντια ασύμπτωτη στο $-\infty$.

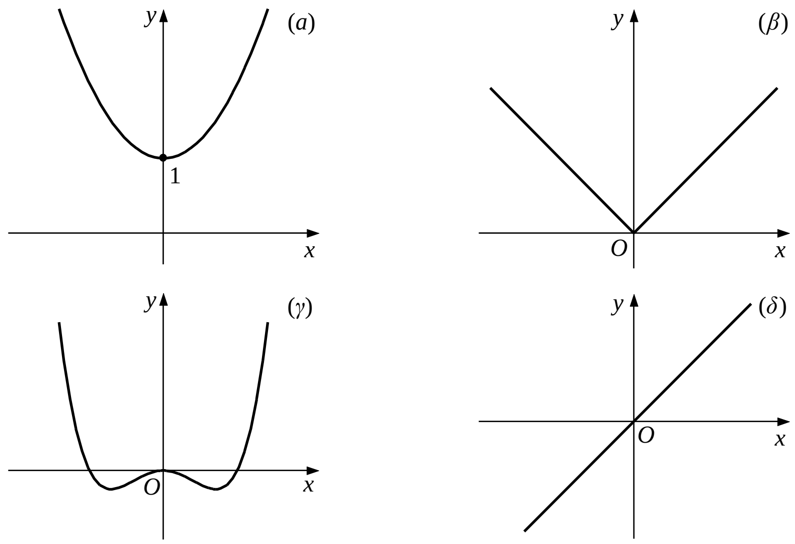
Ε. οριζόντια και πλάγια ασύμπτωτη στο $-\infty$.

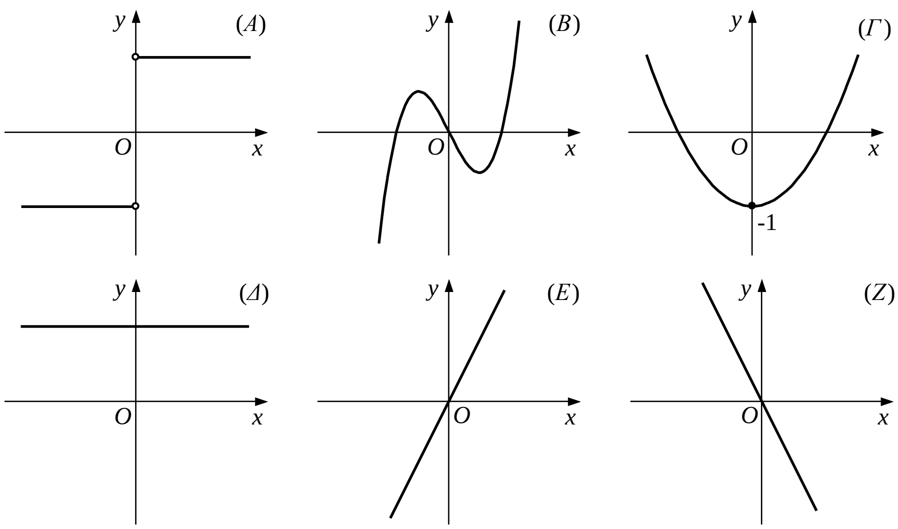
Α Ν Τ Ι Σ Τ Ο Ι Χ Ι Σ Η Σ

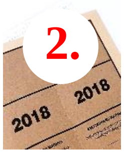
2.7 ΤΟΠΙΚΑ ΑΚΡΟΤΑΤΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ



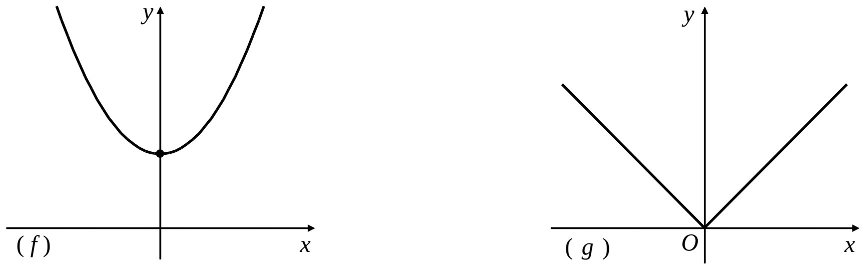
1. Να αντιστοιχίσετε καθεμιά από τις συναρτήσεις **α, β, γ, δ** σε εκείνη από τις συναρτήσεις **Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ** που νομίζετε ότι είναι η παράγωγός της.

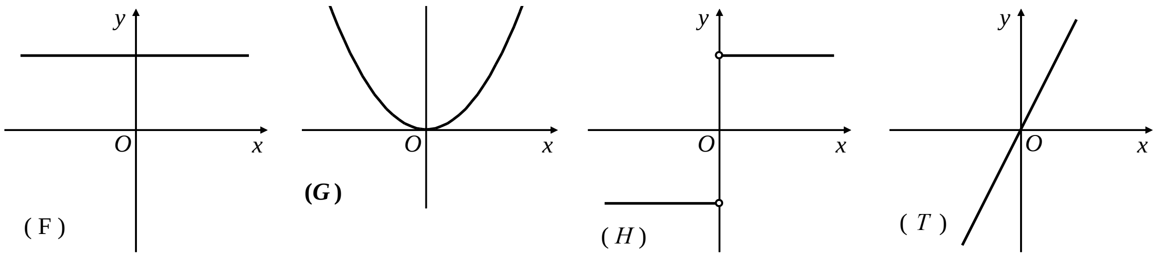






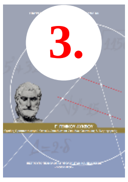
Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων **f, g, F, G, H, T.**





Να γράψετε στο τετράδιο σας ποια από τις συναρτήσεις **F, G, H, T** μπορεί να είναι η παράγωγος της συνάρτησης **f** και ποια της **g.**

2.9 ΑΣΥΜΠΤΩΤΕΣ – ΚΑΝΟΝΕΣ DE L' HOSPITAL



Καθεμιά από τις παρακάτω συναρτήσεις να αντιστοιχίσετε στην ευθεία που είναι ασύμπτωτη της γραφικής της παράστασης στο $+\infty$.

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ		**ΑΣΥΜΠΤΩΤΗ**	
1.	$f(x)=x+\frac{1}{x^2}$	**Α.**	$y=2$
2.	$f(x)=-x+1+\frac{1}{e^x}$	**Β.**	$y=x-1$
3.	$f(x)=2+\frac{3}{x-2}$	**Γ.**	$y=-x+1$
		Δ.	$y=x$
		Ε.	$y=-x$

Α Ν Τ Ι Π Α Ρ Α Δ Ε Ι Γ Μ Α Τ Α

1.2 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

1. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Αν f(x)g(x)=0 για κάθε x∈A τότε f(x)=0 ή g(x)=0 για κάθε x∈A»

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής**, ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα **α**.

2. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Αν μια συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο, το παρουσιάζει σε μοναδική θέση.»

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής**, ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα **α.**

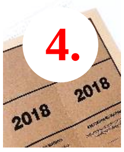
3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις και ορίζονται οι $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε ισχύει πάντα $f \circ g = g \circ f$»

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής**, ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα **α.**

1.3 ΜΟΝΟΤΟΝΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ – ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ



4. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Κάθε συνάρτηση $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ που είναι ΄΄1-1΄΄ είναι και γνησίως μονότονη.»

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής**, ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα **α.**

1.4 ΟΡΙΟ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΤΟ $x_0 \in$ IR
1.5 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ

5. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη στα διαστήματα (α, x_0) και (x_0, β). Τότε το $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ εξαρτάται από τα άκρα των παραπάνω διαστημάτων.»

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

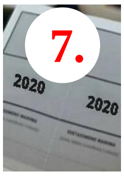
1.6 ΜΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΟΡΙΟ ΣΤΟ $x_0 \in$ IR

6. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Για κάθε ζεύγος πραγματικών συναρτήσεων $f, g : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ αν ισχύει $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$ και $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = +\infty$, τότε $\lim\limits_{x\to 0}\left[f(x)+g(x)\right] = 0$»

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.



7. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Για κάθε συνάρτηση f με $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$, ισχύει ότι

$$\lim_{x\to x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty \quad \text{ή} \quad \lim_{x\to x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty \text{ »}$$

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

1.8 ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

8. Να χαρακτηρίσετε την πρόταση που ακολουθεί, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

« Για κάθε συνάρτηση $f:A\to\mathbb{R}$, όταν υπάρχει το όριο της f καθώς το x τείνει στο $x_0\in A$, τότε αυτό ισούται με την τιμή της f στο x_0. »

9. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$ και υπάρχει $x_0\in(\alpha,\beta)$ τέτοιο, ώστε $f(x_0)=0$, τότε $f(\alpha)\cdot f(\beta)<0$ »

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

10. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ, μέσω μιας συνεχούς συνάρτησης f είναι διάστημα.»

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

11. Να χαρακτηρίσετε την πρόταση που ακολουθεί, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος,** αν η πρόταση είναι λανθασμένη. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

« Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο διάστημα [α,β], τότε, δεν παίρνει υποχρεωτικά όλες τις ενδιάμεσες τιμές.»

2.1 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ

12. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Κάθε συνάρτηση f, η οποία είναι συνεχής στο x_0, είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό».

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

2.3 ΚΑΝΟΝΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΗΣ

13. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Αν η συνάρτηση $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 \in A_f \cap A_g$, τότε οι f και g είναι παραγωγίσιμες στο x_0».

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

14. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Αν η $f+g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0, τότε

$$(f+g)'(x_0)=f'(x_0)+g'(x_0)\text{».}$$

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

2.6 ΣΥΝΕΠΕΙΕΣ ΤΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ

15. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Για κάθε συνάρτηση f, η οποία είναι παραγωγίσιμη στο $A=(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ με $f'(x)=0$ για κάθε $x\in A$, ισχύει ότι η f είναι σταθερή στο A ».

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

16. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Για κάθε συνάρτηση f, ορισμένη, παραγωγίσιμη και γνησίως αύξουσα στο IR, ισχύει $f'(x)>0$».

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

17. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Αν η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμη και γνησίως αύξουσα, τότε $f'(x)\neq 0$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$ »

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

18. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Έστω συνεχής συνάρτηση $f:A\to\mathbb{R}$. Αν ισχύει ότι $f'(x)<0$ για κάθε $x\in A$, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο A ».

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

2.7 ΤΟΠΙΚΑ ΑΚΡΟΤΑΤΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

19. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Για κάθε συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, που δεν παρουσιάζει ακρότατα, ισχύει $f'(x)\neq 0$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$ »

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

20. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Αν η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμη στο Α και $f'(x_0)=0$ στο εσωτερικό σημείο x_0 του Α, τότε έχει τοπικό ακρότατο στο x_0 »

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

21. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Έστω f ορισμένη και παραγωγίσιμη στο διάστημα $[\alpha,\beta]$ και σημείο $x_0\in[\alpha,\beta]$, στο οποίο η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο. Τότε πάντα ισχύει $f'(x_0)=0$ ».

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

2.8 ΚΥΡΤΟΤΗΤΑ – ΣΗΜΕΙΑ ΚΑΜΠΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

22. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Για κάθε συνάρτηση f ορισμένη και δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, αν για κάποιο $x_0 \in \mathbb{R}$ ισχύει $f''(x_0)=0$, τότε το x_0 είναι θέση σημείου καμπής της f»

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

23. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Για κάθε συνάρτηση f , η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και κυρτή στο $\mathbb{R}$, ισχύει $f''(x)>0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$»

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

24. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ , δυο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ και κυρτή στο Δ, τότε η δεύτερη παράγωγός της είναι υποχρεωτικά θετική (αντιστοίχως αρνητική) στο εσωτερικό του Δ ».

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

25. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Αν μια συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και δεν έχει σημείο καμπής, τότε $f''(x) \neq 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$».

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.

26. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Αν μια συνάρτηση f στρέφει τα κοίλα πάνω στα $(\alpha, x_0]$ και $[x_0, \beta)$, τότε στρέφει τα κοίλα πάνω και στην ένωση $(\alpha, x_0] \cup [x_0, \beta) = (\alpha, \beta)$».

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα **Α**, αν είναι **αληθής,** ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι **ψευδής**.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα α.